

FORMULACIÓN DE PROBLEMAS DE ÁREAS POR FUTUROS MAESTROS A PARTIR DE UN CONTEXTO: ALGUNAS CARACTERÍSTICAS

Diana Sosa-Martín¹ (dnsosa@ull.edu.es)

Israel García-Alonso¹ (igarcial@ull.edu.es)

Alicia Bruno¹ (abruno@ull.edu.es)

¹Universidad de La Laguna

Resumen

Se presenta un trabajo en el que se analizan 562 problemas de matemáticas formulados por 192 estudiantes del grado de Maestro en Educación Primaria en la Universidad de La Laguna en torno al concepto de área. La actividad que se les propuso consistía en formular tres problemas de áreas a partir de una situación con un contexto determinado. Los resultados muestran que la mayoría son capaces de formular problemas con toda la información necesaria pero, cuando no lo hacen, suelen obviar las dimensiones necesarias para la correcta resolución del problema. Además, es destacable que en la mayoría de los problemas formulados, a pesar de ser sobre un concepto geométrico, no se incorpora ningún tipo de representación. Acerca de la gestión de las unidades, se ponen de manifiesto ciertas dificultades, tanto debidas a la confusión entre unidades de área y de longitud como su relación con respecto a la razonabilidad del contexto, ya sea por su sobredimensión o infradimensión. El análisis realizado permite observar que el concepto de área requiere una especial atención en la formación de los futuros maestros.

Palabras clave: Formulación de problemas, futuros maestros de Educación Primaria, áreas.

Abstract

This study presents an analysis of 562 mathematics problems formulated by 192 students enrolled in the Primary Education Teaching Degree at the University of La Laguna concerning the concept of area. The activity required the students to formulate three area problems based on a specific contextualized situation. The results indicate that the majority of pre-service teachers were capable of formulating problems containing all the necessary information. However, when they failed to do so, they typically omitted the dimensions required for the problem's correct resolution. Furthermore, it is noteworthy that most of the problems formulated, despite focusing on a geometric concept, did not incorporate any type of visual representation. Regarding the management of units, certain difficulties were evident. These difficulties arose both from the confusion between units of area and units of length and from their relationship to the reasonableness of the context, often manifesting as either oversizing or undersizing the required units. The analysis performed allows us to conclude that the concept of area requires special attention within the training curriculum for future primary school teachers.

Keywords: Problem posing, pre-service Primary teachers, area.

Introducción

La formulación de problemas (FP), también conocida como *problem posing*, es una actividad en la que una persona crea y expresa (o modifica) un problema a partir de una información particular (Cai y Hwang, 2020; Silver, 1994). Este tipo de actividad es fundamental en la práctica docente habitual pues el profesorado debe plantear y/o adaptar a sus estudiantes problemas a partir de otros existentes, simplificándolos o ampliándolos. El objetivo del docente debe ser que los problemas conecten con los contenidos que está desarrollando, de forma que se ajusten a su visión del aprendizaje matemático y a las características de su propio alumnado. Esta práctica se lleva a cabo en cualquier nivel educativo, ya sea educación infantil, primaria, secundaria o universitaria.

Así, en la formación inicial de los futuros docentes es necesario desarrollar la habilidad de formular problemas, sin embargo, estudios como el de Ellerton (2013), indican que no es una práctica a la que estén habituados a pesar de que ellos mismos reconocen su importancia.

Además, la formulación de problemas no debe ser una actividad exclusivamente de los docentes, sino también de los estudiantes puesto que el currículo español de Matemáticas (Real Decreto, 157/2022) incluye una competencia específica a desarrollar en el alumnado referente a la FP, en concreto, la CE3 en la Educación Primaria *“Explorar, formular y comprobar conjeturas sencillas o plantear problemas de tipo matemático en situaciones basadas en la vida cotidiana...”*.

Por lo tanto, es fundamental que la investigación en Educación Matemática analice cómo los futuros docentes formulan y reformulan problemas matemáticos, así como los obstáculos que encuentran en dicho proceso. De esta forma, se podrá diseñar una formación que les ayude a desarrollar esta habilidad y, a su vez, a promoverla en sus estudiantes. Por consiguiente, se presenta este trabajo cuyo objetivo es analizar varias características de los problemas de áreas formulados por futuros docentes de Educación Primaria, cuando se les aporta como información inicial un contexto.

Fundamentación teórica

En los últimos tiempos, la comunidad de investigadores y docentes ha mostrado un interés significativo en la formulación de problemas, profundizando en el estudio de diversos elementos de esta actividad, tales como la naturaleza del proceso, su relevancia educativa y las formas de integrarla en el aula de matemáticas (Cai et al., 2022; Cai y Hwang, 2020; Singer et al., 2015).

La actividad de formulación de problemas puede abordarse de diversas maneras, presentando distintas características según su diseño. Así, Stoyanova y Ellerton (1996) diferencian entre tareas de formulación de problemas libres, semiestructuradas y estructuradas, atendiendo al nivel de información proporcionada. Una tarea se considera libre "cuando se pide a los estudiantes que generen un problema a partir de una situación dada, ya

sea artificial o natural. Se pueden ofrecer algunas indicaciones para estimular acciones específicas" (p. 519); semiestructurada "cuando se presenta a los estudiantes una situación abierta y se les invita a explorar su estructura y a completarla aplicando conocimientos, habilidades, conceptos y relaciones de sus experiencias matemáticas previas"; y estructurada "cuando las actividades de formulación de problemas se basan en un problema específico" (p. 520). Este estudio se basa en una actividad de FP semiestructurada, pues se presenta una situación que consiste en un contexto inicial que el participante debe completar.

En otro enfoque, Cai et al. (2022) proponen una estructura específica para diseñar tareas de formulación de problemas. Este formato distingue dos elementos clave: la situación y el requerimiento (o *prompt*). Inicialmente, se presenta una situación que sirve como punto de partida y base para la formulación de problemas, proporcionando el contexto y/o los datos iniciales, es decir, la información de base. Seguidamente, se indica el tipo de formulación de problemas que se requiere, lo que se denomina el requerimiento, es decir, la acción específica que se pide realizar. Según los objetivos establecidos, se pueden plantear diferentes requerimientos para una misma situación, y también se puede utilizar el mismo requerimiento para diversas situaciones.

Hay diferentes características que influyen en la formulación de los problemas y que se han utilizado para analizar la calidad y riqueza de los mismos (Crespo, 2015; Grundmeier, 2015; Leavy y Hourigan, 2020). Así, por ejemplo, para el estudio de la resolubilidad de un problema, Grundmeier (2015) distingue entre problema:

- *No plausible (NP)*: si contiene afirmaciones no válidas y no resoluble, aun cuando se añada más información.
- *Plausible sin información suficiente (P-In)*: si puede resolverse aunque el enunciado sobreentiende (o no hace explícita) parte de la información.
- *Plausible con información suficiente de una o varias tareas matemáticas (P)*: según el número de pasos para su resolución.

Además, la literatura señala que la FP es un proceso que permite tanto aprender matemáticas como evaluar la comprensión de los conceptos matemáticos adquiridos, tanto con alumnado de primaria y secundaria como con docentes en formación y en activo (Cai y Hwang, 2020; Ellerton, 1986).

Por otra parte, una comprensión sólida del concepto de área y su medición es fundamental para que los docentes puedan ofrecer una instrucción significativa a sus estudiantes. No obstante, el conocimiento de muchos docentes de primaria sobre este concepto se ha demostrado insuficiente (Livy et al., 2012). Caviedes et al. (2021) constataron una clara tendencia a asociar el área con el uso de fórmulas y en Caviedes et al. (2019) cómo esta priorización de métodos numéricos y fórmulas se impone frente a los métodos geométricos e intuitivos que facilitarían la medición. Adicionalmente, se han identificado muchas dificultades en esta población para estimar el área de superficies y para realizar mediciones sin la utilización de fórmulas (López-Serentill, 2022), así como errores al utilizar unidades lineales en lugar de unidades cuadradas para medir el área (Simon y Blume, 1994; Tierney et al., 1990).

En el caso particular de futuro profesorado de Educación Primaria, son pocos los estudios referentes a la FP sobre áreas y su medida y, aquellos que la han abordado, observaron una competencia inadecuada en FP dentro del ámbito del aprendizaje de la medida (Sayin y Orbay, 2024) o identificaron tareas geométricas con bajo nivel cognitivo, centradas en cálculos aritméticos en lugar de procesos geométricos clave (Vargas et al., 2023). Por su parte, Sosa-Martín et al. (2024a) indican que los futuros maestros y maestras son capaces de formular problemas de áreas resolubles a partir de una información numérica pero que un porcentaje de ellos carecen de toda la información necesaria y que presentan dificultades en el uso y tratamiento de las unidades de medida. Además, en el caso de apoyarse en un geoplano online predominan los problemas plausibles, en contexto matemático, de una única tarea en los que se solicita un cálculo directo del área, con unidades no convencionales, de una figura plana representada en el geoplano (Sosa-Martín, 2024b). Todo esto resalta la necesidad de continuar investigando en este campo, objetivo principal de este trabajo.

En el proceso de enseñanza y aprendizaje de la geometría es crucial representar los objetos a los que se refiere, como figuras y cuerpos. Por este motivo, Duval (2006) señala que es necesario usar al menos dos sistemas de representación semiótica: uno para la expresión verbal de las propiedades o la expresión numérica, y otro de tipo figurativo o gráfico para la visualización, puesto que las figuras permiten ver conexiones y relaciones que serían difíciles de percibir solo con representaciones verbales o simbólicas. En el contexto de la resolución de problemas, cuando los estudiantes generan una representación gráfica deben comprender qué objetos intervienen en la tarea y cómo se relacionan entre sí. En sus estudios, Ott (2017, 2020) analiza las representaciones gráficas o dibujos generados por estudiantes de primaria al resolver problemas distinguiendo en sus resultados entre:

- No hay gráficas: sólo consta de cálculos o texto escrito.
- Externa al texto: no hay ningún vínculo de la representación con el texto en cuanto al contenido.
- Ilustrativa: existe un vínculo de la representación con el texto, pero no se representan objetos estructuralmente relevantes desde la matemática.
- Relacionada con el objeto: existe un vínculo con el texto y se representan objetos estructuralmente relevantes aunque las relaciones entre ellos no son identificables.
- Diagrama implícito: existen elementos gráficos con un enlace al texto, se representan objetos estructuralmente relevantes y las relaciones entre ellos se pueden identificar, pero no se enfatizan explícitamente (por lo tanto, es necesario deducirlas).
- Diagrama explícito: si posee elementos gráficos con un vínculo al texto, se representan objetos estructuralmente relevantes y las relaciones entre ellos se pueden identificar y se destacan explícitamente.

Así, una representación gráfica es útil si refleja correctamente la estructura del problema matemático y los datos numéricos o relaciones relevantes (Larkin y Simon, 1987). Estos mismos principios pueden aplicarse al utilizar representaciones gráficas en el proceso de formular problemas.

Por todo lo expuesto anteriormente, se analizan algunas características de los problemas sobre áreas formulados por futuros docentes de Educación Primaria cuando se les aporta en la situación un contexto inicial. Las preguntas de investigación de este estudio son las siguientes:

1. ¿Cuál es la plausibilidad de los problemas que plantean?
2. ¿Incluyen representaciones gráficas en los problemas formulados? Y, en caso de incluirlas, ¿cuál es el papel de la misma en el enunciado?
3. ¿Cómo de complejos y de razonables son los problemas formulados?

Metodología

Se ha realizado un estudio con una muestra formada por 192 estudiantes de tercer curso del Grado en Maestro en Educación Primaria en la Universidad de La Laguna (España), de la asignatura de Didáctica de la Medida y de la Geometría (DMG). Estos estudiantes, con formación disciplinar y didáctica en matemáticas, pero sin instrucción previa en formulación de problemas, respondieron dos cuestionarios elaborados al efecto, uno con lápiz y papel (ST) y otro con apoyo digital (CT). Cada cuestionario incluye tres actividades: una actividad no estructurada (con un número), una actividad semiestructurada (con un contexto) y una estructurada (FP basada en un problema dado con representaciones gráficas). En el caso de las actividades CT tenían la oportunidad de utilizar un Geoplano online (Geoboard) como soporte para resolver o elaborar los nuevos problemas, herramienta con la que habrían trabajado la medición de áreas de figuras planas compuestas en DMG. En la Figura 1 se muestra la actividad 2 (ST) cuyas respuestas han sido objeto de análisis en este estudio.

Actividad 2. Formula tres problemas sobre áreas, de diferente dificultad, cuyo contexto inicial sea el siguiente:

Quiero decorar mi habitación, que tiene forma rectangular. Lo primero que he comprado es una alfombra...

Recuerda que puedes añadir cualquier tipo de información (numérica, de contexto, ...)

Figura 1. Actividad 2 – ST, semiestructurada.

Se ha seguido una metodología cualitativa, descriptiva y exploratoria (McMillan y Schumacher, 2005) basada en un análisis del contenido de tipo convencional (Hsieh y Shannon, 2005). Se han utilizado los siguientes códigos de identificación para las respuestas: A-X-Y, en el que X indica el código de identificación del estudiante A e Y indica el número del problema formulado.

Resultados

A. Estudio de la plausibilidad

Los 192 estudiantes formularon un total de 573 problemas, de los cuales 562 se ajustaron a lo solicitado, pues algunos de ellos formularon problemas que no son de áreas (Figura 2).

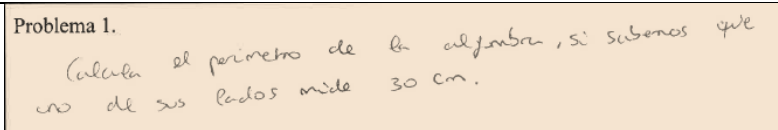
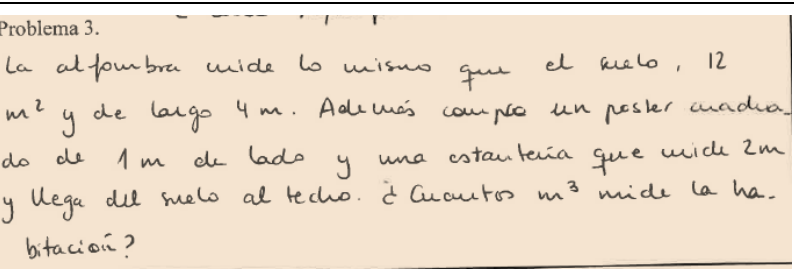
<p>Problema 1.</p> 	<p>Calcular el perímetro de la alfombra, si sabemos que uno de sus lados mide 30 cm</p>
<p>Problema 3.</p> 	<p>La alfombra mide lo mismo que el suelo, 12m² y de largo 4m. Además, compré un póster cuadrado de 1m de lado y una estantería que mide 2m y llega del suelo al techo. ¿Cuántos m³ mide la habitación?</p>

Figura 2. Ejemplos de problemas que no son de áreas. (A-72-1; A-177-3).

Atendiendo a la plausibilidad o resolubilidad de los problemas (Grundmeier, 2015) se puede observar (Tabla 1) que los estudiantes, en su mayoría, formulan problemas plausibles (52.8%). Aunque también llama la atención la cantidad de problemas formulados que no poseen toda la información suficiente para su resolución (27.8%) o que directamente no se pueden resolver (19.4%).

Tabla 1. Clasificación de los problemas formulados según la plausibilidad.

Categoría	Número de problemas	Porcentaje
NP	109	19.4
P-In	156	27.8
P	297	52.8
Total	562	100

En la Figura 3 se muestra un ejemplo de problema formulado no plausible, dado que no es posible responder a la pregunta por estar mal planteada y dando un área de la que no se especifica a qué hace referencia.

<p>Problema 1. ¹⁴ Sabiendo que su área es de 500m. ¿Qué podemos decir sobre esta alfombra? Explica tu respuesta.</p>	<p>Sabiendo que su área es de 500m. ¿Qué podemos decir sobre esta alfombra?</p>
---	---

Figura 3. Ejemplo de problema No Plausible. (A-176-1).

En los problemas plausibles pero que carecen de algún dato que complete la información necesaria para su resolución, encontramos que muchos problemas carecen de las unidades y de otra información (Tabla 2).

Tabla 2. Número (%) de problemas plausibles según la información faltante.

Información faltante	Con unidades		Sin Unidades	Total
	SI*	NConv**		
Forma, conocida el área	79 (50.6)	6 (3.8)	11 (7.1)	96 (61.5)
Medidas	10 (6.4)	-	5 (3.2)	15 (9.6)
Relación	10 (6.4)	1 (0.6)	2 (1.3)	13 (8.3)
Sin unidades	-		27 (17.3)	27 (17.3)
Otros	4 (2.6)		1 (0.6)	5 (3.2)
Total	103 (66.0)	7 (4.5)	46 (29.5)	156

*SI = Sistema Internacional; **NConv = No convencional

Así, encontramos que más de la mitad de los problemas que carecen de información es porque no indican la forma de la alfombra. Esta información es clave para conocer cuántas caben en la habitación, pues la regularidad o irregularidad de las alfombras pueden condicionar el número de alfombras para una misma superficie (Figura 4).

También se han formulado problemas en los que es necesario aportar alguna medida para poder resolver el problema, como se muestran en los ejemplos de la Figura 5.

En cuanto a la categoría Relación (Tabla 2), observamos que algunos problemas no determinan la relación entre la superficie de la alfombra en la habitación, con lo que no se puede responder a la pregunta planteada (Figura 6).

<p>Problema 3. Teniendo en cuenta que el área de la alfombra es de 4m^2 y mi habitación tiene una superficie de 16m^2. Calcula cuántas alfombras necesitaré para cubrir toda la superficie de mi habitación.</p>	<p>Teniendo en cuenta que el área de la alfombra es de 4m^2 y mi habitación tiene una superficie de 16m^2. Calcula cuántas alfombras necesitaré para cubrir toda la superficie de mi habitación</p>
<p>Si la habitación mide 6m de largo y 4m de ancho. ¿Cabrán una alfombra con un área de 12m^2? ¿Cuántos m^2 quedarán sin alfombra?</p>	<p>Si la habitación mide 6m de largo y 4m de ancho. ¿Cabrán una alfombra con un área de 12m^2? ¿Cuántos m^2 quedarán sin alfombra?</p>

Figura 4. Ejemplos de problemas que no indican la forma de la alfombra. (A-144-3; A-194-2).

<p>Problema 1. Quiero decorar mi habitación, que tiene forma rectangular. Lo primero que he comprado es una alfombra. Calcula el área de la alfombra sabiendo que tiene forma de rombo, y su perímetro es de 16cm.</p>	<p>Quiero decorar mi habitación, que tiene forma de rectángulo. Lo primero que he comprado es una alfombra. Calcular el área de la alfombra sabiendo que tiene forma de rombo, y su perímetro es de 16cm.</p>
<p>Problema 3. EN CASO DE QUE QUISIERA COBRIR TODO EL SUELO ÚNICAMENTE CON 1 ALFOMBRA. CUÁNTO DE LARGO Y DE ANCHO TENDRÍA QUE MEDIR SABIENDO QUE MI CUARTO MIDE 8m DE LARGO?</p>	<p>En caso de que quisiera cubrir todo el suelo únicamente con 1 alfombra ¿cuánto de largo y de ancho tendría que medir sabiendo que mi cuarto mide 8m de largo?</p>

Figura 5. Ejemplos de problemas que necesitan alguna medida. (A-187-1; A-17-3).

<p>Problema 1. Quiero decorar mi habitación, que tiene forma rectangular. Lo primero que he comprado es una alfombra. Si mi habitación mide 4metros de ancho y 7metros de largo ¿Cuál es el área de la alfombra?</p>	<p>Quiero decorar mi habitación, que tiene forma rectangular. Lo primero que he comprado es una alfombra. Si el suelo de mi habitación mide 4 metros de ancho y 7 metros de largo. ¿Cuál es el área de la alfombra?</p>
<p>Problema 3. (...) Lo primero que he comprado es una alfombra. El área de mi habitación es de 40m^2 (sin contar los muebles). El armario mide 8metros de largo (ocupa una pared) y 1metro de ancho. ¿Cuánto mide el área ahora con el armario? ¿Cuántos metros necesito de alfombra?</p>	<p>(...) Lo primero que he comprado es una alfombra. El área de mi habitación es de 40m^2 (sin contar los muebles). El armario mide 8 metros de largo (ocupa una pared) y 1 metro de ancho. ¿Cuánto mide el área ahora con el armario? ¿Cuántos metros necesito de alfombra?</p>

Figura 6. Ejemplos de problemas que necesitan alguna medida. (A-65-1; A-65-3).

Una última categoría recoge aquellos problemas que no identifican las unidades de medida, que en este contexto son imprescindibles por la necesaria contextualización de dichos problemas y su razonabilidad (Figura 7).

<p>Problema 1. Mi habitación tiene forma rectangular y mide 28 x 32, y me acabo de comprar una alfombra que mide 14 x 12, ¿cuánto espacio de mi habitación se queda sin alfombra?</p>	<p>Mi habitación tiene forma rectangular y mide 28x32, y me acabo de comprar una alfombra que mide 14x12, ¿cuánto espacio de mi habitación se queda sin alfombra?</p>
<p>Problema 1. Quiero decorar mi habitación, que tiene forma rectangular. Lo primero que he comprado es una alfombra. Su base es de 20 de base y 15 de altura, sabiendo esas medidas, ¿cuál es el área de la alfombra?</p>	<p>Quiero decorar mi habitación, que tiene forma rectangular. Lo primero que he comprado es una alfombra. Su base es de 20 de base y 15 de altura, sabiendo esas medidas, ¿cuál es el área de la alfombra?</p>

Figura 7. Ejemplos de problemas que no identifican unidades de medida. (A-42-1; A-230-1).

B. Estudio del rol de la representación

En geometría, como se ha indicado, la representación tiene un papel relevante. Para el estudio acerca de cómo se utiliza la representación en la formulación de problemas (Tabla 3) se han adaptado las categorías definidas por Ott (2017, 2020) indicadas en el marco teórico. Así, en este análisis de los problemas plausibles (P-In y P), encontramos que prevalecen los problemas sin representación (82.6%) frente a los que la utilizan como un elemento prescindible o imprescindible (17.4%).

Tabla 3. Cantidad (%) de problemas según el rol de la representación.

Categoría	Número de problemas	Porcentaje
Complemento (Ilustrativa o solución)	29	6.4
Imprescindible	50	11.0
Sin representación	374	82.6
Total	453	100

Así, encontramos algunas representaciones que son un complemento a la información facilitada en el enunciado (Figura 8), de forma que se podría no contar con dicha representación y el problema podría resolverse.

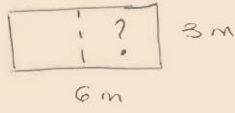
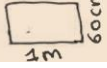
<p>Problema 2. ¿Cuánto mide la alfombra si ocupa la mitad de la superficie de mi habitación? Sabiendo que uno de los lados de la misma mide 3 m y el otro 6 m?</p> 	<p>¿Cuánto mide la alfombra si ocupa la mitad de la superficie de mi habitación? Sabiendo que uno de los lados de la misma mide 3 m y el otro 6 m.</p>
<p>Problema 1. Quiero decorar mi habitación y lo primero que he comprado es una alfombra rectangular cuyas medidas son de 1 m de largo y 60 cm de ancho. ¿Cuánto ocupará la alfombra en cm^2?</p> 	<p>Quiero decorar mi habitación y lo primero que he comprado es una alfombra rectangular cuyas medidas son de 1 m de largo y 60 cm de ancho. ¿Cuánto ocupará la alfombra en cm^2?</p>

Figura 8. Ejemplos de representación como complemento. (A-134-2[P]; A-193-1[P]).

Como ejemplos de representación imprescindibles mostramos la Figura 9, en las que la información contenida en ellas es necesaria para poder abordar la resolución del problema.

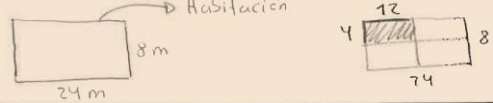
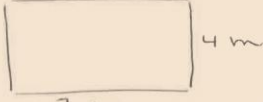
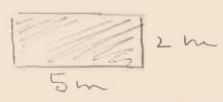
<p>Problema 3. Quiero decorar mi habitación... lo primero que he comprado es una alfombra que ocupa $\frac{1}{4}$ de la superficie de la habitación. ¿Cuántos m^2 mide la alfombra?</p> 	<p>Quiero decorar mi habitación ... lo primero que he comprado es una alfombra que ocupa $\frac{1}{4}$ de la superficie de la habitación. ¿Cuántos m^2 mide la alfombra?</p>
<p>Problema 3. Calcula el área de la habitación y de la alfombra teniendo en cuenta:</p> <p>Habitación:  4 m</p> <p>Alfombra:  2 m</p> <p>¿Cuántas alfombras caben en el cuarto? ¿Por qué?</p>	<p>Calcula el área de la habitación y de la alfombra teniendo en cuenta:</p> <p>...</p> <p>¿Cuántas alfombras caben en el cuarto? ¿Por qué?</p>

Figura 8. Ejemplos de representación imprescindible. (A-145-3[P]; A-193-3[P]).

C. Pasos requeridos para la resolución del problema formulado

Se llevó a cabo un análisis de una supuesta resolución del problema (Tabla 4), atendiendo al número de pasos necesarios para llegar a la resolución del problema formulado:

- Directa. Su resolución se desarrolla en un único paso, como aplicación de la fórmula del área. Para ello se observa que se solicita el cálculo del área dadas las dimensiones, lo que se obtiene a través del cálculo directo de la fórmula del área.

- No Directa: La respuesta a la pregunta planteada requiere algún paso intermedio. Principalmente, se suele pedir:
 - Cálculo de un lado: Es necesario calcular la longitud de un lado para averiguar el área solicitada.
 - Cálculo de área desconocida: Es necesario calcular el área de algunos objetos para poder dar respuesta a la pregunta.

Tabla 4. Cantidad (%) de problemas según el número de pasos necesarios para su resolución.

Categoría		P-In	P
Directa		70 (44.9)	171 (57.6)
No Directa	Cálculo de un lado	10 (6.4)	31 (10.4)
	Cálculo de área desconocida	66 (42.3)	76 (25.6)
	Otros cálculos	10 (6.4)	19 (6.4)
Total		156	297

En la primera categoría se encuentran los problemas que preguntan por un área para la que han dado todas las dimensiones necesarias (Figura 9), por lo que se busca la aplicación directa de la fórmula del área.

<p>Problema 2.</p> <p>Quiero decorar mi habitación, que tiene forma rectangular. Lo primero que he comprado es una alfombra. Además, me he comprado una cama nueva más moderna y con luces led. De largo la cama, mide 2.10m y de ancho 1.90m. ¿Cuánto es el área de la cama?</p>	<p>Quiero decorar mi habitación, que tiene forma rectangular. Lo primero que he comprado es una alfombra. Además, me he comprado una cama nueva más moderna y con luces led. De largo la cama mide 2.10m y de ancho 1.90m. ¿Cuánto es el área de la cama?</p>
<p>Problema 3.</p> <p>La alfombra se ha roto y he decidido recortarla. Para ello he hecho un triángulo y quiero saber cuántos m² me va a ocupar ahora en mi habitación, sabiendo que su base mide 6 y su altura 3.</p>	<p>La alfombra se ha roto y he decidido recortarla. Para ello he hecho un triángulo y quiero saber cuántos m² me va a ocupar ahora en mi habitación, sabiendo que su base mide 6 y su altura 3.</p>

Figura 9. Ejemplos de aplicación directa de la fórmula del área. (A-37-2[P]; A-106-3[P-In]).

En cambio, en otros problemas es necesario averiguar algún lado antes de abordar la respuesta al cálculo del área solicitada y entre los problemas plausibles con toda la información necesaria, es más frecuente este tipo de pregunta.

En el estudio de algunas de las categorías de problemas con más de un paso en su resolución encontramos aquellos en los que se pide el cálculo de un lado (Figura 10).

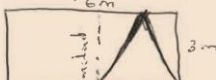
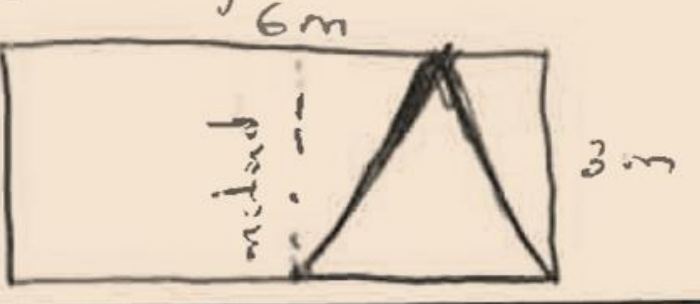
<p>Problema 3. Quiero decorar mi habitación, que tiene forma rectangular. Lo primero que he comprado es una alfombra. La alfombra cubre toda la habitación y mide 3 metros de ancho y 6 metros de largo. Calcular el área del dibujo que se encuentra en la alfombra.</p> 	<p>Quiero decorar mi habitación, que tiene forma rectangular. Lo primero que he comprado es una alfombra. La alfombra cubre toda la habitación y mide 3 metros de ancho y 6 metros de largo. Calcular el área del dibujo que se encuentra en la alfombra</p>
	

Figura 10. Ejemplos de problema que necesita calcular un lado. (A-37-3[P]).

Aunque lo más frecuente cuando hay más de un paso en la resolución es averiguar un área desconocida (Figura 11) para poder dar el área utilizada en la habitación, por ejemplo.

<p>Problema 3. QUIERO DECORAR MI HABITACIÓN, QUE TIENE FORMA RECTANGULAR, LO PRIMERO QUE HE COMPRADO ES UNA ALFOMBRA DE $2 \times 3 \text{ m}^2$, DESPUES UNA CAMA DE $1,80 \text{ m}$ de ancho y 2 m de largo, POR ULTIMO UNA MESA DE 50 cm^2 ¿CUÁLTO TIENE QUE TENER LA HABITACIÓN DE ÁREA PARA QUE QUEPA TODO Y QUEDE ESPACIO?</p>	<p>Quiero decorar mi habitación, que tiene forma rectangular. Lo primero que he comprado es una alfombra de $2 \times 3 \text{ m}^2$, después una cama de $1,80 \text{ m}$ de ancho y 2 m de largo. Por último, una mesa de 50 cm^2. ¿Cuánto tiene que tener la habitación de área para que quepa todo y quede espacio?</p>
---	--

Figura 10. Ejemplo de problema que necesita averiguar un área desconocida. (A-37-3[P]).

D. Razonabilidad

Una aspecto que consideramos especialmente relevante es la razonabilidad de los problemas formulados, es decir, si aquellos que se formulan en un contexto tienen sentido en dicho contexto. Para ello, se han establecido tres categorías que permitieron observar la formulación de problemas (Tabla 5):

- Razonable: el texto, las dimensiones y las unidades tienen sentido en el contexto en el que se sitúa el problema.
- Infradimensionado: aquellos problemas que sugieren una habitación igual o inferior a 5m², es decir, con un tamaño menor al de una alfombra rectangular de esa superficie.
- Sobredimensionado: aquellos problemas que sugieren una habitación o alfombra igual o superior a 50m².

Tabla 5. Cantidad (%) de problemas según la razonabilidad.

Categoría	P-In	P
Razonable	92 (59.0)	203 (68.4)
Infradimensionado	14 (9.0)	63 (21.2)
Sobredimensionado	12 (7.7)	30 (10.1)
No aplica	38 (24.3)	1 (0.3)
Total	156	297

Entre los problemas razonables encontramos aquellos cuyas dimensiones y datos numéricos pueden ser posibles y tener sentido en el contexto en el que se presentan (Figura 11). Observamos que la mayoría de los problemas formulados se encuentran en esta categoría, tanto cuando tienen toda la información necesaria (P) como cuando falta alguna información (P-In).

También se encontraron problemas cuya formulación no es razonable por tratarse de dimensiones muy pequeñas para poder ser posibles (Figura 13). Así, en los ejemplos se muestran paredes de 10cm de longitud para una habitación o alfombras de 7x8 cm, que son dimensiones extremadamente pequeñas para la habitación que sugiere de 60m².

<p>Problema 1. Quiero decorar mi habitación que tiene forma rectangular. Lo primero que he comprado es una alfombra. Si mi habitación mide 3 metros de largo y 2 de ancho y quedo que la alfombra ocupe todo el espacio ¿Cuánto m² ocupará?</p>	<p>Quiero decorar mi habitación, que tiene forma rectangular. Lo primero que he comprado es una alfombra. Si mi alfombra mide 3 metros de largo y 2 de ancho y quiero que la alfombra ocupe todo el espacio. ¿Cuántos m² ocupará?</p>
<p>Problema 2. La alfombra ocupa 20 ²⁰ m², ¿cuál es el ancho y largo de la alfombra?</p>	<p>La alfombra ocupa 20 m², ¿cuál es el ancho y el largo de la alfombra?</p>

Figura 11. Ejemplos de problemas razonables. (A-60-1[P]; A-105-2[P]).

En cambio, algunos problemas mostraron cierta sobredimensión al redactarlos, generando una situación irreal en la que es muy difícil considerar una alfombra o habitación con las dimensiones indicadas (Figura 12). Así, se indica un escritorio de 20x15 metros o una habitación de 75000 m², que no es adecuada para un contexto cercano a la realidad.

<p>Problema 2. Quiero decorar mi habitación, que tiene forma rectangular. Lo primero que he comprado es una alfombra rectangular de perímetro 20 m, un escritorio de base 20 m y altura 15 m y un armario cuadrado de lado 10 m. Calcula el área de todos los objetos y calcula cuánto espacio sobra sabiendo que el área del cuarto es de 100 m².</p>	<p>Quiero decorar mi habitación, que tiene forma rectangular. Lo primero que he comprado es una alfombra rectangular de 20m de perímetro, un escritorio de base 20m y altura 15m y un armario cuadrado de 10m. Calcula el área de todos los objetos y calcula cuánto espacio sobra sabiendo que el área del cuarto es de 100 m².</p>
<p>Problema 3. "Quiero decorar alfombra". Sabemos que el área de la habitación es de 75000 m². ¿Cuánto deberán medir los lados de la alfombra si queremos que cubra la habitación entera?</p>	<p>Quiero decorar...alfombra. Sabemos que el área de la habitación es de 75000 m², ¿Cuánto deberán medir los lados de la alfombra si queremos que cubra la habitación entera?</p>

Figura 12. Ejemplos de problemas sobredimensionados. (A-114-2[P-In]; A-47-3[P]).

<p>Problema 2. He comprado dicha alfombra. ¿Me cabe en mi habitación, si esta tiene de área 60 m^2 y una pared del cuarto es de 10 cm? Acuérdate de los cambios de unidad.</p>	<p>[Alfombra en problema anterior: $10 \text{ cm} \times 8 \text{ cm}$] He comprado dicha alfombra. ¿Me cabe en la habitación, si esta tiene de área 60 m^2 y una pared del cuarto es de 10 cm? Acuérdate de los cambios de unidad.</p>
<p>Problema 3. Si el área de mi cuarto es de 60 m^2 y mi alfombra tiene de lado $a=7 \text{ cm}$ y de otro lado $b=8 \text{ cm}$. ¿Cuál es el área de mi alfombra? ¿Cabrà en la habitación?</p>	<p>Si el área de mi cuarto es de 60 m^2 y mi alfombra tiene de lado $a=7 \text{ cm}$ y de otro lado $b=8 \text{ cm}$, ¿Cuál es el área de mi alfombra? ¿Cabrà en la habitación?</p>

Figura 13. Ejemplos de problemas infradiemnsionados. (A-27-2[P]; A-27-3[P]).

Conclusiones

A lo largo de este trabajo se han analizado algunas de las características que presenta la formulación de problemas de geometría por futuros profesores de Educación Primaria. En concreto, se estudian las características relacionadas con la plausibilidad de los problemas, el rol que presentan las representaciones gráficas cuando se incluyen en los problemas formulados, las características de las preguntas que se plantean y la razonabilidad de la información proporcionada en el contexto en el que sitúa el problema.

Con respecto a la plausibilidad, se ha observado que los estudiantes muestran dificultades con el conocimiento matemático acerca de los conceptos geométricos, lo que provoca que se formulen problemas no plausibles. Esto está en coherencia con lo observado en otros estudios (Sosa-Martín et al., 2024b). Además, aunque la mayoría de los problemas son plausibles, se ha detectado que muchos de ellos carecen de toda la información necesaria (como las unidades, la forma, las dimensiones, ...), o cuando son correctos presentan carencias relacionadas con la razonabilidad o el uso adecuado de las representaciones.

A diferencia de otros estudios similares con formulación de problemas en situaciones no estructuradas con números (Sosa-Martín et al., 2024c), este trabajo centrado en la geometría ha permitido observar dificultades que presentan los futuros maestros y que son propias de este conocimiento cuando formulan problemas. En este sentido, se ha visto que la forma

geométrica puede condicionar las respuestas a preguntas sencillas como cuánto cabe en una superficie, dado que no sólo el área sino su regularidad o no puede generar una respuesta que requiera más información que la dimensión de la figura. Además, la mayoría de los problemas no presentan una complejidad elevada, pues sólo pretenden la aplicación directa de la fórmula del área, dando para ello toda la información necesaria. Como siguiente nivel de complejidad se encuentran preguntas que requieren el cálculo de un área no dada, con la que luego realizar una comparación, por ejemplo. Pero, en general, formulan problemas sencillos.

Las unidades de medida no son proporcionadas en muchos de los problemas, por lo que no poseen toda la información necesaria para su resolución (P-In). Esto sugiere, en coherencia con estudios previos (Sosa-Martín et al., 2024a), que es necesario abordar el estudio de las unidades en el contexto real y su especial atención para su correcta contextualización y, por tanto, su razonabilidad. Si bien es verdad que la mayoría son razonables, hay un porcentaje no despreciable de respuestas que, ya por exceso o por defecto, no son razonables en el contexto que se está proponiendo el problema.

Finalmente, se ha observado que, a pesar de tratarse de problemas de geometría, hay un porcentaje muy alto de problemas que no cuentan con una representación gráfica, ya sea para ilustrar o de forma imprescindible. Y cuando la incluyen, la representación es imprescindible.

El trabajo aquí presentado pone de relieve que la formulación de problemas permite conocer cómo han integrado los conocimientos geométricos básicos en torno al concepto de área y así poder abordar una formación más dirigida a atender las carencias mostradas y así centrar la atención de los futuros maestros y que estos promuevan una formación de calidad de estos conceptos en su futuro alumnado.

Agradecimientos

Trabajo financiado por PID2022-139007NB-I00, MCIN/AEI.

Referencias bibliográficas

- Cai, J. y Hwang, S. (2020). Learning to teach mathematics through problem posing: Theoretical considerations, methodology, and directions for future research. *International Journal of Educational Research*, 102, 1-8.
- Cai, J., Koichu, B., Rott, B., Zazkis, R. y Jiang, C. (2022). Mathematical problem posing: Task variables, processes and products. En C. Fernández, S. Llinares, A. Gutiérrez y N. Planas (Eds.). *Proceedings of the 45th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, Vol. 1, pp. 119-145. <https://doi.org/10.1007/s10763-022-10334-x>
- Caviedes, S., Gamboa, G. y Badillo, E. (2019). Conexiones matemáticas que establecen maestros en formación al resolver tareas de medida y comparación de áreas. *Praxis*, 15(1), 69-87.
- Caviedes, S., De Gamboa, G. y Badillo, E. (2021). Una aproximación al conocimiento especializado sobre área en estudiantes para maestro. En Diago, P. D., Yáñez D. F., González-Astudillo, M. T. y Carrillo, D. (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXIV* (pp. 213 – 220). SEIEM.
- Crespo, S. (2003). Learning to pose mathematical problems: Exploring changes in preservice teachers' practices. *Educational Studies in Mathematics*, 52(3), 243–270. <https://doi.org/10.1023/A:1024364304664>
- Duval, R. (1999). Representation, vision and visualization: cognitive functions in mathematical thinking. Basic issues for learning. In F. Hitt & M. Santos (Eds.), *Proceedings of the 21st annual meeting of the North American chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (pp. 3–26). ERIC Clearinghouse for Science, Mathematics, and Environmental Education.
- Ellerton, N. F. (1986). Children's made up mathematics problems: A new perspective on talented mathematicians. *Educational Studies in Mathematics*, 17, 261-271.
- Ellerton, N. (2013). Engaging pre-service middle-school teacher-education students in mathematical problem posing: development of an active learning framework. *Educational Studies in Mathematics*, 83, 87–101.
- Grundmeier, T. A. (2015). Developing the problem-posing abilities of prospective elementary and middle school teachers. In F. M. Singer, N. Ellerton & J. Cai (Eds.), *Mathematical Problem Posing. From Research to Effective Practice* (pp. 411–431). Springer.
- Hsieh, H. F. y Shannon, S. E. (2005). Three approaches to qualitative content analysis. *Qualitative Health Research*, 15 (9), 1277-1288. <https://doi.org/10.1177/1049732305276687>
- Larkin, J. H. y Simon, H. A. (1987). Why a diagram is (sometimes) worth ten thousand words. *Cognitive Science*, 11, 65–99. <https://doi.org/10.1111/j.1551-6708.1987.tb00863.x>

- Leavy, A. y Hourigan, M. (2020). Posing mathematically worthwhile problems: developing the problem-posing skills of prospective teachers. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 23, 341-361.
- Livy, S., Muir, T. y Maher, N. (2012). How Do They Measure Up? Primary Pre-service Teachers' Mathematical Knowledge of Area and Perimeter. *Mathematics Teacher Education and Development*, 14(2), 91-112.
- López-Serentill, P. (2022). Categorización de los errores de los estudiantes para maestro de primaria en tareas de medida de magnitudes. En T. F. Blanco, C. Núñez-García, M. C. Cañadas y J. A. González-Calero (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXV* (pp. 363-371). SEIEM.
- Mulligan, J. T. y Mitchelmore, M. C. (2009). Awareness of pattern and structure in early mathematical development. *Mathematics Education Research Journal*, 21(2), 33-49. <https://doi.org/10.1007/BF03217544>
- Ott, B. (2017). Children's drawings for word problems-design of a theory and an analysis tool. *Proceedings of the CERME 10*. Dublin. [hal-01950540](https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01950540)
- Ott, B. (2020). Learner-generated graphic representations for word problems: an intervention and evaluation study in grade 3. *Educational Studies in Mathematics*, 105, 91-113. <https://doi.org/10.1007/s10649-020-09978-9>
- Real Decreto 157/2022, de 1 de marzo, por el que se establecen la ordenación y las enseñanzas mínimas de la Educación Primaria. Boletín Oficial del Estado, N° 52, 1-109. Recuperado de: <https://www.boe.es/buscar/pdf/2022/BOE-A-2022-3296-consolidado.pdf>
- Sayin, V. y Orbay, K. (2024). Examining the Problem-Posing Skills of Prospective Classroom Teachers. *Participatory Educational Research (PER)*, 11(5), pp. 1-23. <http://dx.doi.org/10.17275/per.24.61.11.5>
- Silver, E. A. (1994). On mathematical problem posing. *For the Learning of Mathematics*, 14(1), 19-28.
- Simon, M. A., y Blume, G. W. (1994). Building and understanding multiplicative relationships: A study of prospective elementary teachers. *Journal for Research in Mathematics Education*, 25, 472-494.
- Singer, F. M., Ellerton, N. y Cai, J. (2015). *Mathematical Problem Posing. From Research to Effective Practice*. Springer.
- Sosa-Martín, D., García-Alonso, I., Bruno, A. (2024a). Uso de las unidades de área en problemas formulados por futuros profesores de Primaria. En N. Adamuz-Povedano, E. Fernández-Ahumada, N. Climent y C. Jiménez-Gestal (Eds.). *Investigación en Educación Matemática XXVII*, 505-512. Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática (SEIEM).

- Sosa-Martín, D., García-Alonso, I., Bruno, A. (2024b). Formulación de problemas de áreas por parte de futuros maestros de Educación Primaria. En M. Camacho-Machín, A. García-Díaz y J. Hernández Suárez (Eds.), *FPIEM: Formación de profesorado e Investigación en Educación Matemática*, 16, 183-198. Universidad de La Laguna.
- Sosa-Martín, D., Perdomo-Día, J., Bruno, A., Almeida, R. y García-Alonso, I. (2024c). The influence of problem-posing task situation: Prospective primary teachers working with fractions. *The Journal of Mathematical Behavior*, 73, 101139. DOI: 10.1016/j.jmathb.2024.101139
- Stoyanova, E. y Ellerton, N. F. (1996). A framework for research into students' problem posing in school mathematics. In P. C. Clarkson (Ed.), *Technology in mathematics education* (pp. 518–525). Mathematics Education Research Group of Australasia.
- Tierney, C., Boyd, C. y Davis, G. (1990). Prospective primary teachers' conceptions of area. In G. Booker, P. Cobb & T. N. de Mendicutti (Eds), *Proceedings of the 14th PME Conference*, Vol. 2 (pp. 307–314). PME.
- Vargas, J. P., Vanegas, Y. y Giménez, J. (2023). Diseño de tareas geométricas en la formación de futuros profesores de primaria. In C. Jiménez-Gestal, Á. A. Magreñán, E. Badillo, E. & P. Ivars (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXVI* (pp. 531–538). SEIEM.