FORMACIÓN DEL PROFESORADO E INVESTIGACIÓN EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA
Vol. XVII ◆ http://wp.ull.es/fpiem ◆ ISSN: 1695-6613 (p) y 1885-2912 (d)

DISEÑO DE TAREAS STEAM INTEGRADO CON ENFOQUE DE SOSTENIBILIDAD EN LA FORMACIÓN DOCENTE DE SECUNDARIA Y BACHILLERATO

Fernando Hitt 1[1] (ferhitt@yahoo.com)

[1]**Cinvestav y Université du Québec à Montréal**

Resumen

Este trabajo presenta el diseño de tareas, diseñadas bajo un enfoque de STEAM integrado, incorporando la sostenibilidad en la formación de futuros profesores de secundaria y bachillerato. Se parte de una revisión de modelos constructivistas (APOS, Duval) y sus limitaciones frente a la complejidad de los proyectos STEAM, destacando la necesidad de integrar una perspectiva sociocultural. Se propone el uso del método ACODESA, que favorece la co-construcción del conocimiento a través de dinámicas de colaboración, discusión y reflexión. Las actividades diseñadas incluyen problemas matemáticos, físicos, artísticos y de sostenibilidad, como el análisis de un accidente de tráfico mediante Tracker y GeoGebra, situaciones históricas, obras de arte y datos de la COVID. El análisis se enmarca en la fenomenología didáctica de Freudenthal (1991), distinguiendo entre matematización horizontal y vertical, y en el aprendizaje en espiral de Mason (1996). Se discute la importancia de las representaciones espontáneas y del trabajo en comunidades de práctica (Wenger, 1988; Kelley & Knowles, 2016) para una educación significativa. Finalmente, se subraya la dimensión ética y social de las

Hitt, F. (2025). Diseño de tareas STEAM integrado con enfoque de sostenibilidad en la formación docente de Secundaria y Bachillerato. *Formación del Profesorado e Investigación en Educación Matemática, Vol. XVII. pp 97-121*.

actividades STEAM integradas, con énfasis en la sostenibilidad, la educación vial y la responsabilidad ciudadana.

Palabras clave: Diseño de tareas, STEAM integrado, sostenibilidad, formación docente.

Abstract

This paper presents the design of educational tasks developed within an integrated STEAM framework, incorporating sustainability as a central component in the preparation of prospective secondary and high school teachers. The work begins with a review of constructivist models, such as APOS and Duval's semiotic approach, while emphasizing their limitations in addressing the complexity of STEAM projects. In response, the study highlights the need to incorporate a sociocultural perspective into teacher education. To this end, the ACODESA method is proposed as a pedagogical approach that promotes the co-construction of knowledge through collaboration, discussion, and reflection. The designed activities encompass mathematical, physical, artistic, and sustainability-related problems, including the analysis of a car accident using Tracker and GeoGebra, historical case studies, works of art, and COVID-19 data. The analysis is framed by Freudenthal's didactical phenomenology (1991), distinguishing between horizontal and vertical mathematization, and by Mason's notion of spiral learning (1996). Furthermore, the study underscores the importance of spontaneous representations and communities of practice (Wenger, 1988; Kelley y Knowles, 2016) in fostering meaningful learning. Finally, the ethical and social dimensions of integrated STEAM activities are emphasized, with particular attention to sustainability, road safety, and civic responsibility in the formation of future teachers.

Keywords: *Design, integrated STEAM, sustainability, teacher training.*

Introducción

Desde la puesta en marcha del programa STEM (acrónimo en inglés de *Science, Technology, Engineering and Mathematics*), emergieron de manera inmediata diversos problemas. Es bien sabido que los procesos de cambio curricular aplicados mediante una estrategia de tipo *top-*

down suelen traer consigo dificultades, especialmente en lo relativo a la transformación del rol del profesor involucrado en dicho cambio (Camacho-Machín et al., 1994; Estévez-Mauriz y Baelo, 2021).

El antecedente directo de este movimiento fue el programa SMET (*Science, Mathematics, Engineering and Technology*), impulsado en la década de los 90s y que, ya en los inicios del siglo XXI, adoptó la denominación de STEM. Podría suponerse que, tras una década de desarrollo, los problemas asociados a la formación de profesores habrían sido superados. Sin embargo, hacia finales de la primera década del presente siglo, Sanders (2009) señalaba las dificultades persistentes en la implementación de este programa. En sus planteamientos, el autor proponía avanzar hacia una integración paulatina de las distintas disciplinas científicas, lo que denominó educación STEM integrada, y la definió como:

> *Nuestra noción de educación STEM integrada incluye enfoques que exploran la enseñanza y el aprendizaje entre dos o más áreas temáticas STEM, y/o entre una materia STEM y una o más materias escolares. (p. 21)*

Sanders (2009) destaca que la educación STEM integrada se fundamenta en principios constructivistas, y señala que diversos autores, entre ellos Bruning et al. (2004) mencionan que:

- El aprendizaje es un proceso constructivo, no meramente receptivo.
- La motivación y las creencias son fundamentales para la cognición.
- La interacción social es esencial para el desarrollo cognitivo.
- El conocimiento, las estrategias y la experiencia son contextuales. (p. 23)

Este aspecto revela un debate aún no resuelto, ni por los investigadores constructivistas ni por los de la orientación sociocultural. Durante un homenaje celebrado en Montreal al constructivista radical Ernest von Glasersfeld (2004), se le preguntó por la diferencia entre el constructivismo y el socioconstructivismo. Su respuesta fue tajante: la pregunta carecía de sentido, pues el socioconstructivismo no existe. Argumentó que, hasta el momento, las nociones de Piaget de abstracción empírica y abstracción reflexiva no habían sido definidas en términos de interacciones sociales.

Las nociones de abstracción empírica y abstracción reflexiva fueron posteriormente retomadas y desarrolladas por los investigadores vinculados a la teoría APOS (*Action, Process, Object, Scheme*). En particular, Asiala et al. (1996) ofrecieron una reformulación de estas ideas en el contexto de la educación matemática, adaptándolas a las necesidades de la enseñanza universitaria. Su trabajo permitió ampliar y sistematizar los planteamientos piagetianos, proporcionando un marco teórico más preciso para analizar los procesos de construcción del conocimiento matemático en estudiantes de nivel superior.

> *La abstracción empírica se describe como el proceso de abstraer propiedades de las acciones físicas o mentales realizadas sobre objetos, en particular aquellos perceptibles o manipulables.*
>
> *La abstracción reflexiva, en cambio, se refiere al proceso de abstracción de las propias acciones mentales. Este tipo de abstracción no se basa en los atributos de los objetos, sino en las estructuras y la coordinación de las acciones y pensamientos internos. (p. 5)*

Resulta interesante observar que estas nociones fueron interpretadas de manera distinta y con mayor precisión por Duval (1995). Su propuesta se centra en la manipulación de representaciones, entendidas como sistemas formales de signos con operaciones específicas (registros de representación). Partiendo de la premisa de que toda representación de un objeto matemático es necesariamente parcial respecto al objeto que pretende describir, surge la necesidad de articular diversas representaciones para lograr una comprensión más completa. En este marco, Duval distingue tres tipos de operaciones asociadas a la abstracción empírica:

1. El reconocimiento de una representación como elemento de un registro.
2. El tratamiento de una representación dentro del mismo registro.
3. La conversión entre representaciones de diferentes registros.

Al diseñar actividades que contemplen estos tres tipos de operaciones, se espera que los estudiantes desarrollen procesos de abstracción reflexiva mediante acciones mentales que se apoyan en dichas prácticas representacionales. En Hitt et al., (2024) hemos realizado una interpretación de estos planteamientos de Duval (ver Figura 1).

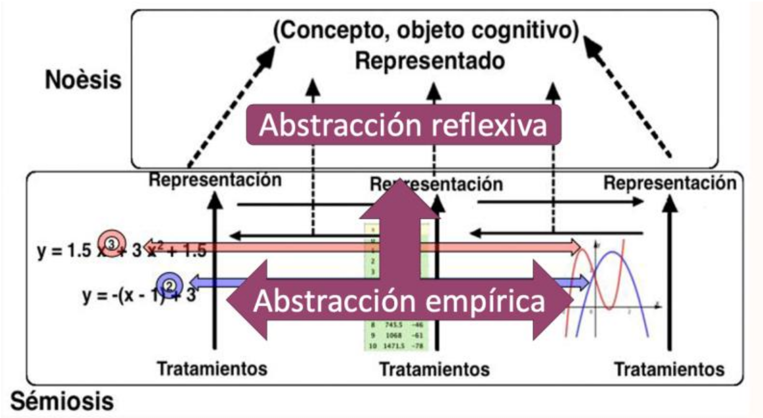


Figura 1. Interpretación de la sémiosis y noésis de Duval (1995), considerando la noción de representación (tomada de Hitt et al., 2024)

Al analizar los modelos constructivistas surgen dos problemas principales:

1. El modelo APOS ha sido considerado por algunos investigadores como un marco muy general para dar cuenta de los procesos cognitivos específicos de los estudiantes (véase diSessa, 1994, en sus comentarios al capítulo de Dubinsky (1994) sobre la teoría APOS).
2. El modelo de Duval (1995) enfatiza la noción de registro de representación, dejando de lado las representaciones espontáneas o no oficiales. Estas representaciones intuitivas resultan fundamentales para la construcción de conceptos, no solo en matemáticas, sino también en otras ciencias. Por ejemplo, la idea de que la luz viaja más rápido que el sonido surge de la experiencia cotidiana de observar primero un relámpago y luego escuchar el trueno. La promoción de habilidades de matematización de fenómenos de la vida real no es del todo considerada en el acercamiento de Duval.

En el contexto del STEM integrado, la complejidad de los proyectos en los que los estudiantes deben involucrarse exige dar cuenta de los procesos cognitivos que emergen del trabajo en equipo y de la aparición de representaciones no oficiales. Esta situación nos lleva a considerar la necesidad de un modelo alternativo, más próximo a un enfoque sociocultural del aprendizaje. En efecto, una limitación de modelos como APOS o el de Duval es que, al aplicarse en proyectos complejos propios de STEM, tienden a dejar de lado la dimensión comunicativa, la co-construcción del conocimiento y la riqueza de la interacción social, todas ellas condiciones esenciales para el desarrollo de conceptos y significados compartidos.

En esta línea, Kelley y Knowles (2016), a partir de un enfoque distinto al de Sanders (2009) y otros precursores, subrayan la importancia de formar *comunidades de práctica* como estrategia clave para la educación STEM integrada. El concepto de "*comunidad de práctica*" proviene del trabajo de Wenger (1998), desarrollado dentro de un marco sociocultural del aprendizaje y aplicado originalmente a entornos industriales. Allí se estudió cómo los nuevos trabajadores se integraban a través de la participación en prácticas colectivas. Sin embargo, este planteamiento plantea un reto, trasladar esta noción al ámbito educativo implica plantearse cómo recrear, en el aula, condiciones que favorezcan una participación auténtica, significativa y situada, de tal manera que el aprendizaje STEM se convierta en una experiencia colaborativa, contextualizada y con sentido para los estudiantes.

Ahora bien, también existen críticas dirigidas al enfoque sociocultural. Simon et al., (2018), por ejemplo, señalan la ausencia de la noción de esquema en el marco vygotskiano, destacando la importancia de la construcción cognitiva individual. En la misma línea, Vergnaud y Récopé (2000) también llaman la atención sobre este vacío, aunque plantean la necesidad de incorporar la noción de esquema al enfoque sociocultural para enriquecerlo. Coincidimos con estos últimos autores en la importancia de reinterpretar las nociones piagetianas e integrarlas a un marco teórico-práctico sociocultural que permita abordar no solo la educación STEM integrada, sino también el STEAM, incluyendo el componente artístico. Vergnaud y Récopé (2000) no ofrecen una propuesta concreta de cómo llevar a cabo esta integración. Nuestro planteamiento se vincula con la propuesta de Kelley y Knowles (2016). Para ello, hemos adoptado un método de enseñanza basado en el trabajo colaborativo, orientado a favorecer la co-construcción del conocimiento en el aula, en el marco de la formación de futuros profesores.

Hemos seleccionado el trabajo de Freudenthal (1991), que en cierta manera está asociada a la abstracción empírica y la abstracción reflexiva desde un punto de vista fenomenológico, dado que Freudenthal, enfatiza la importancia de promover la modelización fenomenológica horizontal (menos formal, pero necesaria para descubrir relaciones) y enseguida la modelización fenomenológica vertical (más formal). El reforzamiento de habilidades desarrolladas en la resolución de las tareas requiere de una estrategia de enseñanza bajo una perspectiva del aprendizaje en espiral de Mason (1996).

Planteamiento del problema de investigación y descripción de los participantes

En Camacho et al., (2024), se ha señalado que:

> *Se puede considerar que esta experimentación nos ha mostrado la complejidad del STEM integrado en la formación de profesores. Si bien la experiencia ha sido muy rica, consideramos que se deben realizar más investigaciones que profundicen sobre los resultados obtenidos. (p. 31)*

Los investigadores conscientes de esta problemática, decidieron continuar con otro estudio en el 2025, con características similares al del 2024. La población fueron 19 egresados de matemáticas inscritos en un Máster de Formación del Profesorado de Educación Secundaria Obligatoria y Bachillerato.

Los objetivos de este trabajo son: Analizar la resolución de tareas, que involucra un trabajo colaborativo, diseñadas bajo una perspectiva integradora del STEAM y el desempeño de los participantes en un trabajo en colaboración.

Se diseñaron 5 tareas, pero antes de solicitar su realización, se iniciaba con una presentación preliminar contextualizando la problemática a la que se refería la tarea por tratar, y se solicitaba a los estudiantes resolverla bajo el método de enseñanza ACODESA (método de enseñanza que describiremos más adelante). Cada tarea requería de una planificación meticulosa, que pretendía seguir las consideraciones de Freudenthal (1991) de descubrimiento guiado. En cierta medida, estamos en concordancia con los proyectos de Castilla y León sobre las “TIC-STEAM” (Baelo Álvarez et al., 2018), salvo que en nuestro caso, nos hemos concentrado en la formación de profesores para la educación secundaria (ESO) y bachillerato español.

Durante su formación académica, los estudiantes de esta experimentación, realizaron un curso de educación matemática enfocado en el uso de GeoGebra. El curso en el que se desarrolló la investigación tuvo una duración de 28 horas presenciales.

Método de enseñanza ACODESA en la co-construcción del conocimiento

Como señalan Camacho et al., (2024), nos interesa aplicar el método ACODESA (Páez, 2004; Hitt, 2007; Hitt & Quiroz, 2019) en la formación de profesores. El método se estructura en cinco etapas. Comienza con el trabajo individual, que prepara al participante para la discusión en pareja, seguida de la interacción entre dos parejas y la discusión en gran grupo, retorno al trabajo individual e institucionalización, siguiendo la técnica 1-2-4-1. El regreso al trabajo individual es fundamental, pues, como señala Thompson (2002), los consensos logrados en discusiones grupales suelen ser efímeros, y esta etapa permite consolidar el aprendizaje antes de la institucionalización.

Un elemento central del ACODESA es la representación espontánea (Hitt y Quiroz, 2019), entendida como aquella que emerge naturalmente en la resolución de problemas y la modelización matemática, sin coincidir necesariamente con la representación institucional. A lo largo del proceso, dicha representación se va refinando hasta alcanzar la representación oficial en la etapa final del método.

Resumen de actividades utilizadas en la experimentación del 2025

Se diseñaron cinco actividades, que en conjunto permiten un desarrollo gradual y espiral de habilidades (Tabla 1).

Tabla 1. Conjunto de cinco actividades orientadas al fortalecimiento progresivo de habilidades mediante un enfoque en espiral

Situación	Tipo de tarea	Habilidades esperadas
Video de un accidente de tránsito. Sobre la distancia de frenado de un automóvil.	Cálculo de la velocidad de un auto antes de la colisión. Uso de Tracker & GeoGebra. Decisión sobre la culpabilidad de alguno o de los dos conductores	Relativas a la resolución de la situación: Visualización, anticipación, predicción, validación empírica, sensibilidad a la contradicción.
Un problema histórico. L’Hôpital (1696) y el problema de la polea. Manipulación de objetos físicos.	Manipulación de objetos y procesos de modelización matemática.	Habilidades discutidas anteriormente incluyendo la manipulación de objetos físicos y procesos de modelización y análisis histórico de ideas matemáticas (ver Hernández, Hitt & Camacho, en proceso).
Análisis de obras de Kandinsky y de Max Bill sobre el infinito. Actividad	Reflexión sobre el infinito en las obras de dos artistas, en la vida diaria y sobre el	Diferenciar el infinito en la vida diaria y el infinito matemático.

sobre un Cuadrado encajado girando y cálculo de un límite de áreas.	infinito matemático. Cálculo específico de un límite.	Resolución del problema: Visualización, anticipación, predicción, validación empírica, sensibilidad a la contradicción.
Análisis de datos sobre la COVID en España y procesos de modelización.	Análisis de datos con la ayuda de GeoGebra y procesos de modelización.	Resolución del problema: Visualización, anticipación, predicción, validación empírica, sensibilidad a la contradicción.
Propuesta libre de una situación problema y su análisis con tecnología.	Uso de herramienta tecnológica para el análisis de una situación y construcción de un modelo.	Resolución de situación problema: Visualización, anticipación, predicción, validación empírica, sensibilidad a la contradicción.

Sobre el diseño de las tareas y análisis a priori de una de ellas

Antes de presentar la primera actividad propuesta para la experimentación de 2025, conviene destacar algunas características mencionadas por diSessa (1994) en sus “comentarios al capítulo de Dubinsky”:

> *En primer lugar, creo que la educación siempre será un área de diseño complejo. Al igual que con la construcción de aviones o el diseño de edificios, la ciencia es fundamental. Por lo tanto, si queremos ser educadores, seremos diseñadores además de investigadores puros. (p. 249)*

Freudenthal (1983), sostiene que los conceptos matemáticos no deben introducirse de manera abstracta, sino a partir de fenómenos que “requiren” ser organizados matemáticamente, lo que da lugar a lo que él denomina *fenomenología didáctica*: el estudio de los fenómenos que pueden motivar, ejemplificar y dar sentido a las estructuras matemáticas.

En la organización de nuestras actividades confluyen múltiples aspectos relacionados con el currículo español, especialmente en lo que respecta a las competencias STEM y las características de los cursos según la LOMLOE (2020). Nuestras propuestas en la formación de profesores consideran ampliamente los indicadores de la Tabla 1 del escrito de Estévez-Mauriz y Baelo (2021). Además, consideramos el *Plan de Sostenibilidad Ambiental 2025-2027* de la Universidad de La Laguna (2025). Y, desde la perspectiva de la modelización, hemos incorporado las propuestas de Maaß et al., (2019), quienes sugieren una estrategia de tres etapas en los procesos de modelización:

1. Desarrollo de competencias del siglo XXI en los alumnos: pensamiento crítico, resolución de problemas, trabajo en equipo, comunicación y negociación, habilidades analíticas y creatividad.
2. Aspectos relacionados con la modelización matemática.
3. Educación para una ciudadanía responsable.

Nuestro diseño de actividades ha tomado en cuenta las críticas que se han señalado en la literatura, las cuales son relevantes. Por ejemplo, Bogdan y García (2021, p. 70), citan el trabajo de Honey et al., (2014):

> *A pesar del creciente interés en ofrecer a las y los estudiantes experiencias de aprendizaje que fomenten la conexión entre las disciplinas STEM, existe poca investigación sobre cómo hacerlo de la mejor manera o sobre qué factores hacen más probable que la integración aumente el aprendizaje, el interés, la retención, el rendimiento o u otros resultados valorados. (p. 2)*

Además Honey et al., (Idém) añaden:

> **Objetivos para educadores**
>
> • Mayor conocimiento del contenido STEM
>
> • Mayor conocimiento pedagógico del contenido. (p. 33)

Precisamente, considerando esta problemática mencionada por Honey et al., (2014) y señalando su importancia Bogdan y García (2021) lo confirman, nuestras propuestas de actividades intentan proporcionar un camino para la integración STEAM tomando en cuenta estas críticas.

A continuación, se presenta el análisis de una de las actividades. En el diseño de las actividades resumidas en las Tablas 1 y 2, hemos procurado seguir las ideas aquí expuestas.

La elección de la actividad se relaciona directamente con dos aspectos clave desde la perspectiva del STEAM integrado y la sostenibilidad:

A) Perspectiva de sostenibilidad: la actividad busca generar conciencia sobre la importancia de conducir responsablemente en la ciudad, así como analizar las leyes que regulan la velocidad permitida.

B) Perspectiva tecnológica: implica el uso de herramientas tecnológicas para el análisis del video mediante el paquete *Tracker*, con toma de datos y su posterior análisis en *GeoGebra*. Esto permite desarrollar un proceso de modelización para el cálculo de la velocidad media e instantánea.

Consideramos fundamental promover procesos de visualización matemática, anticipación, predicción y validación empírica, en línea con la *matematización fenomenológica horizontal* de Freudenthal (1991). Por su parte, los procesos de *matematización fenomenológica vertical* incluyen la apropiación del problema, según Brousseau (1997), y la sensibilidad a la contradicción (Hitt, 2004). De acuerdo con Freudenthal (1983), la elección de una actividad debe estar vinculada al estudio de un fenómeno. En nuestro caso, como punto de partida, es un video sobre un accidente de autos. Este fenómeno debe motivar, ejemplificar y dar sentido a las estructuras matemáticas. Para Freudenthal, los fenómenos constituyen el terreno fértil donde surge la necesidad de desarrollar una estructura matemática.

Analizaremos la 1a actividad sobre un video de un accidente automovilístico. Se trata de un video que circula en Internet llamado "Car crash causes 'Hollywood-style' explosive fireball" (31 May 2014): https://uk.movies.yahoo.com/2014-05-31-car-crash-causes-hollywood-style-explosion-fireball-video-russia.html

En la descripción del accidente, se mencionan dos jóvenes conduciendo un Mitsubishi Outlander. En resumen: las dos jóvenes protagonizaron un accidente en el cruce de dos avenidas, causando daños considerables en ambos vehículos. Se dispone de un video que documenta lo ocurrido. La policía sospecha que las conductoras hicieron una apuesta para atravesar el cruce sin frenar. Surge entonces la pregunta: ¿A qué velocidad iba el Mitsubishi en el momento del impacto? ¿Cómo puedes ayudar la policía a tomar una decisión?

Así, partimos de un fenómeno real que requiere análisis desde varias perspectivas:

- Los estudiantes utilizan *Tracker* para recopilar datos sobre el movimiento y la trayectoria de los vehículos, y posteriormente analizan la información en *GeoGebra*.
- Se introduce un fenómeno con alto impacto emocional y social: el accidente vial.
- Para investigar la responsabilidad de las conductoras y del otro conductor, es necesario calcular la velocidad media y velocidad instantánea.

La organización de las herramientas de Tracker solicita una elección adecuada de las variables a analizar y cómo hacer uso de esas variables. Entonces, a partir del contexto, el fenómeno en estudio, exige un proceso de matematización, ligado a: velocidad, tiempo, energía, impacto, distancias de frenado. Con ello, nuestra intención es la de promover primeramente una matematización horizontal al organizar el fenómeno, estimando la velocidad en m/s, analizando una gráfica de posición contra tiempo en Tracker. Analizando la distancia recorrida con la velocidad y el tiempo. Se deben analizar diferentes alternativas, como qué habría pasado si hubiera frenado alguno de los dos autos. Emergen discusiones sobre la velocidad permitida dentro de una ciudad, distancia mínima de frenado dependiendo de la velocidad de un auto. Todo ello con la finalidad de entender el accidente.

El proceso de matematización vertical es inminente al querer responder a las preguntas. Los estudiantes tendrían que realizar una abstracción del concepto de función lineal ligada al movimiento uniforme. Por otro lado, a las funciones cuadráticas para el proceso de modelización en caso del frenado urgente de un auto en movimiento. Articulación de nociones físicas y matemáticas, y la discusión de modelos lineales y cuadráticos para cierto tipo de comportamiento de movimiento de un auto que trascienden el caso particular, analizando casos más generales.

Desde un punto de vista de la sostenibilidad, que va más allá del contexto físico matemático, hemos introducido un elemento importante en la perspectiva Freudenthaliana, la actividad que solicita un estudio fenomenológico y ligado a la sostenibilidad bajo los siguientes puntos:

- Educación vial: límites de velocidad y riesgos.

- Impacto social y económico de los accidentes.
- Sostenibilidad en tanto del uso del automovil para fines peligrosos, exceso de velocidad y la falta de prevención que pueden generar lesiones físicas a los humanos y ambientales.

Con ello, la actividad diseñada bajo una perspectiva fenomenológica de Freudenthal, también toca compromisos éticos y sociales en la formación del profesor, proporcionándole actividades desde una perspectiva ética y social ligada a la física-matemática. En resumen, en el desarrollo de la actividad, se han estudiado los siguientes elementos derivados de nuestro análisis a priori:

Fenómeno	***Fenomenología didáctica***	***Matematización horizontal***	***Matematización vertical***	***Dimensión educativa y social***
Accidente automovilístico (video + Tracker + GeoGebra).	Identificar cómo ese fenómeno reclama un proceso de modelización ligando conceptos de la física con conceptos de matemáticas a través del uso de tecnología.	Organización de variables y su vinculación con el uso de herramientas matemáticas para describir y comprender el accidente.	Avanzar hacia conceptos matemáticos generales: Modelos (funciones, ecuaciones, energía, movimiento).	Los futuros docentes reflexionan sobre la sostenibilidad, seguridad y responsabilidad social.

Con esto, el video del accidente se convierte en un fenómeno didáctico rico, que permite a los futuros profesores experimentar lo que Freudenthal (1983) proponía: que las matemáticas nacen de fenómenos significativos y deben mantener conexión con la realidad.

El proceso completo de modelización permite responder a las preguntas planteadas para saber sobre la culpabilidad de las jovencitas o del conductor de la camioneta, fortaleciendo también la construcción de un conocimiento en espiral, dado que se van fortaleciendo conceptos generales sobre anticipación, predicción, conjetura, validación empírica y sensibilidad a la contradicción.

Dado que la comunicación es uno de los elementos fundamentales en la construcción del conocimiento y bajo la perspectiva de Keley y Knowles (2016), la comunidad de práctica es esencial, nos interesa integrar a la problemática el método de enseñanza ACODESA que trata sobre el aprendizaje en colaboración, debate y proceso de autorreflexión. Presentamos a continuación este método de enseñanza.

Así, partimos de un fenómeno contextual que exige un proceso de matemátización vinculado a conceptos como velocidad, tiempo, energía, impacto y distancias de frenado. Nuestro objetivo inicial es promover una *matematización horizontal*, organizando las variables que intervienen en el fenómeno, vinculadas a la estimación de velocidades en m/s y el análisis de gráficas de posición contra tiempo en *Tracker*, así como la relación entre distancia recorrida, velocidad y tiempo. Se consideran diferentes escenarios, por ejemplo, qué habría sucedido si alguno de los vehículos hubiera frenado. Esto genera discusiones sobre la velocidad permitida en la ciudad, la distancia mínima de frenado según la velocidad y otros factores relevantes para comprender el accidente.

El *proceso de matemátización vertical* surge al intentar responder a la pregunta inicial a través de todas las preguntas del cuestionario (ver el anexo). Hay que recordar que seguimos la idea de Freudenthal del descubrimiento guiado. Los estudiantes deben abstraer conceptos de función lineal vinculados al movimiento uniforme y aplicar funciones cuadráticas para modelizar el frenado urgente de un vehículo en movimiento. Esto implica articular nociones físicas y matemáticas y comparar modelos lineales y cuadráticos, trascendiendo el caso particular hacia situaciones más generales.

Desde la perspectiva de la sostenibilidad, que trasciende el contexto físico-matemático, hemos incorporado elementos fundamentales en la perspectiva freudenthaliana. La actividad se centra en un estudio fenomenológico sobre los siguientes aspectos:

- *Educación vial:* límites de velocidad y riesgos asociados.
- *Impacto social y económico de los accidentes.*
- *Sostenibilidad:* reflexión sobre el uso responsable del automóvil, exceso de velocidad y prevención de daños físicos y ambientales.

De este modo, la actividad diseñada bajo la perspectiva fenomenológica de Freudenthal también aborda compromisos éticos y sociales en la formación del profesorado, proporcionando experiencias que integran la ética y la responsabilidad social con la física y las matemáticas.

Así, el video del accidente se convierte en un fenómeno didáctico rico, que permite a los futuros profesores experimentar lo que Freudenthal (1983) proponía: las matemáticas surgen de fenómenos significativos y deben mantener conexión con la realidad. Este proceso de modelización completo permite abordar la cuestión de la responsabilidad de las conductoras o del otro conductor, al tiempo que fortalece la construcción del conocimiento en espiral.

Dado que la comunicación es un elemento central en la construcción del conocimiento y, según Keley y Knowles (2016), la *comunidad de práctica* es esencial, hemos integrado en la problemática el *método de enseñanza ACODESA*, que promueve aprendizaje colaborativo, debate y autorreflexión. A continuación, presentamos este método.

ACODESA, procesos de modelización y comparación con otras investigaciones

Nos interesa discutir nuestra elección del modelo de Freudenthal (1991) – Mason (1996) como un enfoque adecuado para ser implementado mediante el método ACODESA y sobretodo, en relación a la importancia de promover la comunicación en el aula.

Para poner en relevancia el método ACODESA, nos intereza analizar una actividad de modelización propuesta por Blum (2011, p. 16) sobre el cálculo de la altura de un gigante, vinculada con la proporcionalidad y su respectivo modelo (Figura 2), queremos destacar los siguientes aspectos:

"Zapatos de gigante". En un deportivo de Filipinas, Florentino Anonuevo Jr. lustra un par de zapatos. Según el Libro Guinness Récords, son los más grandes del mundo, con 2.37 m de ancho y 5.29 m de largo. ¿Aproximadamente qué altura tendría un gigante para que le quedaran estos zapatos? Explica tu solución.

Figura 2. Actividad de Blum (2011, p. 16)

Blum (Ídem) señala que la dificultad de este tipo de tareas de modelización se refleja en las soluciones propuestas por estudiantes de 9º grado. Por ejemplo, un par de estudiantes multiplicó el ancho por el largo de los "zapatos del gigante", obteniendo como resultado que "el gigante mediría 12,53 m de altura". En cambio, otro grupo más avanzado del mismo grado aplicó el Teorema de Pitágoras y calculó una "altura de 33,6 m". En el proceso de los dos equipos, los estudiantes no pusieron atención a las unidades (cuadradas) obtenidas en su proceso. Ante estas diferencias, Blum se pregunta por qué los alumnos presentan tantas dificultades en los procesos de modelización.

Una crítica que podemos hacer es que los equipos no tuvieron oportunidad de progresar, ya que no existía retroalimentación sobre los resultados de los otros grupos. Esto sugiere la necesidad de un método de enseñanza más elaborado que fomente la comunicación entre equipos. Además, los equipos mencionados por Blum no avanzan más allá de la tercera etapa de su modelo. Desde nuestro punto de vista, es importante promover la integración del mundo real y las matemáticas con una actividad *ad hoc* junto con un método de enseñanza como ACODESA. Un ejemplo de una situación compleja relacionada con la vida cotidiana y el uso de ACODESA, se encuentra en el análisis de la actividad el *Oro azul* discutida en Camacho et al. (2024) y Guerrero et al., (2026), vinculada a la sostenibilidad.

Zandieh (2000), nos presenta un estudio en el cual los estudiantes olvidan lo aprendido en un curso de cálculo. Ella les solicitó a los estudiantes que habían aprobado un curso de cálculo que respondieran a la pregunta: ¿Qué significa la derivada de una función?

Zandieh consideró útil aplicar la clasificación que se muestra en la Figura 3 para recolectar datos. Observó que los estudiantes mencionan con más frecuencia la velocidad en relación con la derivada, pero, sorprendentemente, al preguntarles cómo calcularían dicha derivada, admiten no recordarlo.

			Contexto		
	Gráfico	Verbal	Paradigmático físico	Simbólico	Otro
Estrato Proceso-objeto	Pendiente	Razón de cambio	Velocidad	Diferencia de cocientes	
Razón de cambio					
Límite					
Función					

Figura 3. Clasificación de Zandieh (2000) sobre la respuesta de los estudiantes

En nuestro caso, hemos optado por trabajar con el cálculo de la velocidad promedio e instantánea de un automóvil, incorporando además una perspectiva vinculada a la sostenibilidad. En Camacho et al., (2024) presentamos nuestro modelo de matematización para guiar este tipo de análisis (ver Figura 4).

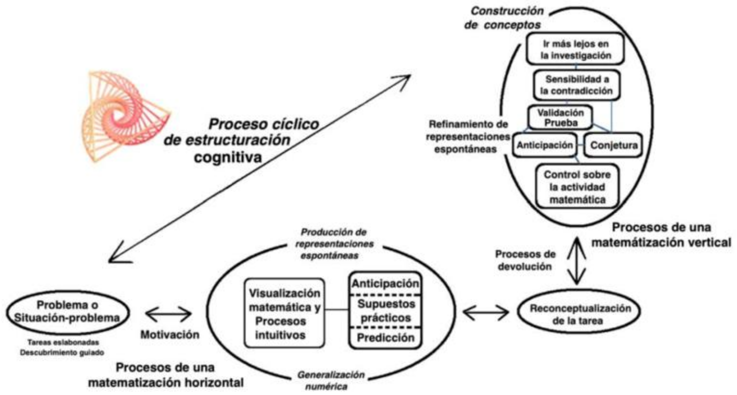


Figura 4. Proceso de matematización fenomenológica horizontal, vertical y en espiral

En este modelo se consideran *nociones primitivas*, en el sentido de diSessa (1994), entendidas como ideas iniciales ligadas a la intuición. Desde la perspectiva de Freudenthal, estas nociones se inscriben en un *proceso de matematización horizontal*, desarrollándose mediante visualización matemática y razonamiento intuitivo. Este enfoque favorece la anticipación, la formulación de supuestos prácticos, la predicción, la conjetura, la validación empírica y la sensibilidad a la contradicción.

La comunicación y el progreso de las ideas de los estudiantes a lo largo de las distintas etapas fortalecen las nociones primitivas, que a su vez proporcionan un soporte para los procesos de *matematización vertical*. Así, queda de manifiesto que el *diseño de actividades* juega un papel fundamental en este enfoque.

Los resultados fueron inmediatos al utilizar Tracker, todos los equipos obtuvieron algo semejante a lo mostrado en la Figura 5.

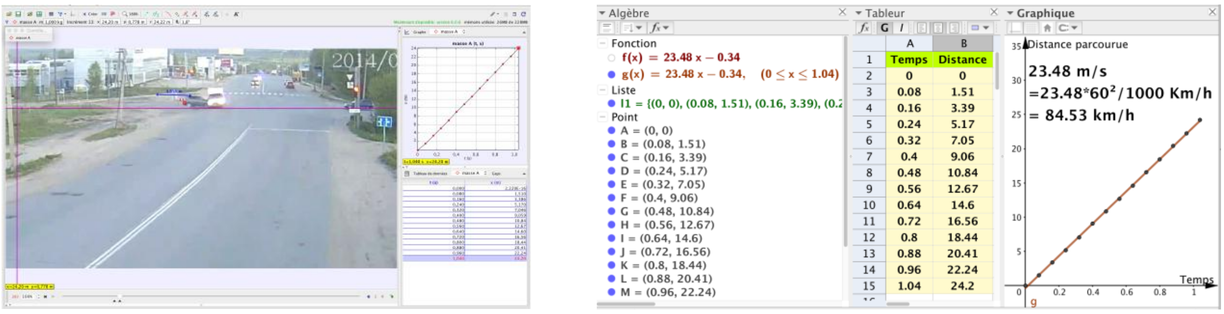


Figura 5. Resultados utilizando Tracker y GeoGebra

Análisis de resultados

A partir de la Figura 5 izquierda proporcionada por Tracker, se inicia el proceso de visualización:

a) Los estudiantes anticipan y predicen que no hubo intento de frenar y algún equipo mencionó la posibilidad de que los frenos hallan fallado.

b) Conjetura, el modelo puede ser una función lineal y la velocidad instantánea es la misma dentro del intervalo de tiempo analizado (cuando aparece el Mitsubishi en el video, hasta el choque).

c) Pasan a Geogebra y proponen un modelo de función polinómica de grado uno. Ello les proporciona información de la pendiente que la asocian a la velocidad instantánea en el intervalo de tiempo observado. Uno de los equipos obtiene aproximádamente 23,48 y se les pregunta sobre las unidades. El equipo analiza la situación mencionando que son m/s y al convertirlo se sorprenden que ello representa 84,53 km/h.

El profesor funcionando como guía les pregunta: ¿Existe alguna otra información que pudiera ser útil?

Un miembro de otro equipo menciona que sería conveniente analizar el video y los cambios de luces del semáforo. Al realizar un nuevo análisis, emerge otra información:

d) La señal ambar se encenció exactamente cuando el conductor de la camioneta blanca estaba por llegar al cruce y pasó justo en el cambio de la señal ambar a rojo.

Conclusión a la que llegaron en la discusión en gran grupo:

1o. Las dos jovencitas manejaban a una velocidad no permitida en la ciudad.

2o. El conductor de la camioneta no atendió a la señal ambar y se pasó el alto.

3o. Hipótesis sin poderse comprobar: Si la jovencita hizo algún intento de frenar, habría que revisar el sistema de frenado para corroborar esta posibilidad.

4o. En la etapa de institucionalización, se analizaron modelos con funciones cuadráticas ligadas a otro tipo de accidentes (ver Figura 6) en donde sí hubo un proceso de frenado, implicando que el mejor modelo es una cuadrática. Se analizaron leyes de algunos países en dónde incluso la obtención del carnet (e.g., en Chile) para conducir requiere que las personas conozcan un modelo para calcular la distancia mínima de frenado en caso de urgencia.

Figura 6. Modelo matemático de frenado (tiempo-distancia) con Tracker y GeoGebra

A manara de discusión

El presente trabajo ha mostrado que el diseño de tareas bajo un enfoque STEAM integrado, articulado con la sostenibilidad y sustentado en una perspectiva sociocultural del aprendizaje, constituye una vía pertinente para la formación de futuros profesores de secundaria y bachillerato. La integración de fenómenos significativos, procesos de matematización horizontal y vertical, y el uso de herramientas tecnológicas favorece una comprensión más profunda de los conceptos matemáticos, al tiempo que vincula el conocimiento disciplinar con problemáticas sociales, éticas y ambientales.

Asimismo, la incorporación del método ACODESA ha permitido evidenciar la importancia de la comunicación, la colaboración y la autorreflexión en la co-construcción del conocimiento. El tránsito desde representaciones espontáneas hacia formas institucionales, dentro de comunidades de práctica, fortalece tanto el desarrollo conceptual como la capacidad de los futuros docentes para diseñar experiencias de aprendizaje significativas y contextualizadas.

Los resultados obtenidos sugieren que la formación docente requiere ir más allá de enfoques exclusivamente cognitivos o disciplinares, incorporando dimensiones sociales, culturales y de sostenibilidad que otorguen sentido al aprendizaje matemático. En este marco, el enfoque fenomenológico de Freudenthal, el aprendizaje en espiral y la modelización constituyen referentes teóricos que permiten articular teoría y práctica en contextos educativos complejos.

Finalmente, este estudio al igual que el presentado por Camacho et al., (2024) y Guerrero et al., (2026) abre nuevas líneas de investigación orientadas a profundizar en el impacto del STEAM integrado en la formación docente, particularmente en relación con el desarrollo de competencias profesionales, el uso crítico de la tecnología y la consolidación de comunidades de práctica sostenibles. Explorar estas dimensiones permitirá avanzar hacia propuestas formativas más integrales, capaces de responder a los desafíos educativos y sociales contemporáneos.

Agradecimientos

El autor agradece la financiación suministrada por el proyecto de investigación de referencia PID2022-139007NBI00 aprobado por el MCIN/AEI/10.13039/501100011033/ FEDER, UE.

Referencias bibliográficas

Asiala, M., Brown, A., DeVries, D. J., Dubinsky, E., Mathews, D., & Thomas, K. (1996). A framework for research and curriculum development in undergraduate mathematics education. In J. Kaput, A. H. Schoenfeld, & E. Dubinsky (Eds.), Research in Collegiate Mathematics Education II (Vol. 4, pp. 1–32). American Mathematical Society.

Baelo Álvarez, R., Valle Flórez, R.A., & Fernández Raga M. (2018). *Hacia una Sociedad 4.0: Efectividad de las Medidas Educativas Impulsadas en Castilla y León para el Desarrollo de Competencias STEM*. Valladolid: Consejo Económico y Social de Castilla y León.

Blum, W. (2011). Can modelling be taught and learnt? Some answers from empirical research. In G. Kaiser, W. Blum, R. Borromeo Ferri, & G. Stillman (Eds.), *Trends in teaching and learning of mathematical modelling* (pp. 15–30). Springer.

Bogdan Toma, R., & García-Carmona, A. (2021). De STEM nos gusta todo menos STEM. Análisis crítico de una tendencia educativa de moda. *Enseñanza de las Ciencias*, 39-1, 65-80.

Brousseau, G. (1997). *Theory of didactical situations in mathematics*. Kluwer Academic Publishers.

Bruning, R. H., Schraw, G. J., Norby, M. M., & Ronning, R. R. (2004). *Cognitive psychology and instruction* (4th ed.) Pearson.

Camacho-Machín, M., Hitt, F. y Hernández, A. (2024). El rol de la modelización matemática y el uso de la tecnología en la formulación de problemas en una perspectiva de integración STEM en la formación de profesores de educación secundaria. *Formación del Profesorado e Investigación en Educación Matemática*, vol. XVI.

diSessa, A. A. (1994). Comments on Ed Dubinsky's chapter. In A. H. Schoenfeld (Ed.), *Mathematical thinking and problem solving* (pp. 248–256). Lawrence Erlbaum Associates.

Dubinsky, E. (1994). A theory and practice of learning college mathematics. In A. H. Schoenfeld (Ed.), *Mathematical thinking and problem solving* (pp. 221–243). Lawrence Erlbaum Associates.

Duval, R. (1995). *Sémiosis et pensée humaine: Registres sémiotiques et apprentissages intellectuels*. Neuchâtel: Peter Lang.

Estévez-Mauriz, L. & Baelo, R. (2021). How to evaluate the STEM Curriculum in Spain. *Mathematics*, 9(3), 236. *https://doi.org/10.3390/math9030236*

Freudenthal, H. (1983). *Didactical phenomenology of mathematical structures*. Reidel.

Freudenthal, H. (1991). *Revisiting mathematics education: China lectures*. Kluwer Academic Publishers.

Guerrero-Ortiz, C., Camacho-Machín, M., and Hitt, F. (2026). Sustainability competencies in mathematics education: insights from individual and collective modelling. *European Journal of Science and Mathematics Education*, 14(1), 1-19.

Hernández, A., Hitt, F., & Camacho, M. (En proceso). Developing pre-service teachers through STEAM competencias. Proceedings ETC 19, 2025, Praga.

Hitt, F. (2004). Les représentations sémiotiques dans l'apprentissage de concepts mathématiques et leur rôle dans une démarche heuristique. En Gisèle Lemoyne (Ed.), *Le langage dans l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques : complexité et diversité des cadres d'étude*. *Revue des Sciences de l'Éducation*. Volume XXX, no. 2, pp. 329-354.

Hitt F. (2007). Utilisation de calculatrices symboliques dans le cadre d'une méthode d'apprentissage collaboratif, de débat scientifique et d'auto-réflexion. In M. Baron, D. Guin et L. Trouche (Éds.), *Environnements informatisés et ressources numériques pour l'apprentissage. Conception et usages, regards croisés* (pp. 65-88). Paris : Hermès.

Hitt, F., Camacho-Machín M., y Depool, R. (2024). Variables visuales y conversión entre registros de representación y su extensión a la visualización matemátca en la resolución de problemas con tecnología. En M. Thadeu Moretti (Ed.), *Florilegium de investigaciones que envuelven la teoría semiocognitiva del aprendizaje metemático de Raymond Duval* (pp. 79-118). Edición electrónica GPEEM/PPGECT/UFC. https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/203982

Hitt, F. et Quiroz, S. (2019). Formation et évolution des représentations fonctionnelles-spontanées à travers d'un apprentissage socioculturel. *Annales de didactique et de Sciences Cognitives*, vol. 24, 75-106.

Honey, M.A., Pearson, G., & Schweingruber, H. (2014). *STEM Integration in K-12 Education: Status, Prospects, and an Agenda for Research*. Washington D.C. : The National Academic Press.

Kelley, T. R., & Knowles, J. G. (2016). A conceptual framework for integrated STEM education. *International Journal of STEM Education*, 3(11), 1–11.

LOMLOE. (2020). Ley Orgánica 3/2020, de 29 de diciembre, de modificación de la Ley Orgánica de Educación. *Boletín Oficial del Estado* (BOE), 23 de diciembre de 2020. https://www.boe.es/buscar/doc.php?id=BOE-A-2020-17264.

Maaß, K., Geiger, V., Romero-Ariza M., & Goos, M. (2019). The Role of Mathematics in Interdisciplinary STEM Education. *ZDM Mathematics Education*, 51(6), 869-884. https://doi.org/10.1007/s11858-019-01100-5

Mason, J. (1996). Expressing generality and roots of algebra. In N. Bednarz, C. Kieran, & L. Lee (Eds.), *Approaches to algebra* (pp. 65–86). Springer.

Páez, R. (2004). *Procesos de construcción del concepto de límite en un ambiente de aprendizaje cooperativo, debate científico y autorreflexión*. Unpublished thesis. Cinvestav-IPN. México.

Sanders, M. (2009). STEM, STEM education, STEMmania. *The Technology Teacher*, 68(4), 20–26.

Simon, K., Placa, N., & Avitzur, A. (2018). Schemes and sociocultural theory: A missing link? *Educational Studies in Mathematics*, 97(1), 1–18.

Thompson, P. (2002). Some remarks on conventions and representations. In F. Hitt (ed.), *Mathematics Visualisation and Representations* (pp. 199-206). Psychology of Mathematics Education North American Chapter and Cinvestav-IPN. Mexico.

Universidad de La Laguna. (2025). *Plan de Sostenibilidad Ambiental 2025-2027*. ULL. Tenerife.

Vergnaud, G., & Récopé, M. (2000). De Revault d'Allonnes à une théorie du schème aujourd'hui. *Psychologie Française*, 45(1), 35–50.

von Glasersfeld, E. (2004). Questions et réponses au sujet du constructivisme radical. In P. Jonnaert et D. Masciotra (Eds.), *Constructivisme choix contemporains. Hommage à Ernest von Glasersfeld* (pp. 291-323). Presses de l'Université du Québec.

Wenger, E. (1998). *Communities of practice: Learning, meaning, and identity*. Cambridge University Press.

Zandieh, M. (2000). A theoretical framework for analyzing student understanding of the concept of derivative. In E. Dubinsky, A. H. Schoenfeld, & J. Kaput (Eds.), *Research in Collegiate Mathematics Education IV* (pp. 103–127). American Mathematical Society.

Anexo

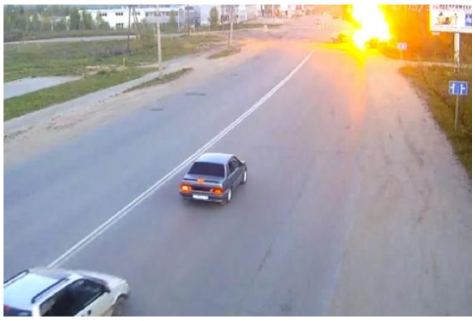
Situación de investigación: Accidente de tránsito

https://uk.movies.yahoo.com/movies/2014-05-31-car-crash-causes-hollywood-style-explosion-fireball-video-russia.html

GRUPO ………….; ALUMNO/A………………………………………………………….; EQUIPO……………

“Car crash causes 'Hollywood-style' explosive fireball (video)” (31 May 2014**)**

En una búsqueda en Internet encontramos un video sobre un accidente automovílistico. En la descripción del periodista sobre lo sucedido, explica que la policía **especula** sobre la posibilidad de que las dos jovencitas que manejaban el auto Mitsubishi outlander (Ksenya y Tamara) realizaron una apuesta que podrían cruzar la avenida sin frenar.



Nota. Una búsqueda en Internet nos proporcionó los datos del auto Mitsubishi Outlander del 2014, tiene una longitud de 4,656 m (medida para utilizar con Tracker)

Pregunta. Dado que se cuenta con el video, es posible realizar un análisis con la ayuda de *Tracker*. Sin embargo, antes de comenzar, la pregunta que queremos responder es: ¿existe alguna posibilidad de que la policía pueda encontrar una respuesta a su especulación al realizar un análisis del video?.

a) Argumenta sobre la pregunta antes de realizar el análisis con *Tracker*.

b) Analizar la situación utilizando *Tracker y GeoGebra.* Una vez hayas realizado el análisis de los datos con *Tracker* y *GeoGebra*, ¿es posible proporcionar una respuesta a lo que busca la policía? ¿Cuál sería? Argumentar tu respuesta.

c) En el análisis realizado en b), ¿es posible determinar la velocidad del auto Mitsubishi? Justificar tu respuesta.

d) Proporcionar un modelo algebraico (distancia recorrida en función del tiempo) sobre el frenado de un auto.

e) Con la ayuda de *GeoGebra*, utilizando el modelo obtenido en el apartado d) para proporcionar una representación gráfica (tiempo como variable independiente y distancia recorrida como variable dependiente). Presentar de manera dinámica la velocidad del auto que comienza a frenar hasta detenerse justo antes de golpear al otro vehículo.
Lo que queremos saber es la posibilidad de determinar la velocidad del Mitsubishi de acuerdo a tu modelo. Suponiendo que Ksenya hubiera querido frenar, determina la distancia mínima para que no haya impacto cuando su Mitsubishi frene (según el modelo matemático que has construido).

f) Una vez determinado el modelo, la velocidad del Mitsubishi y el mínimo de la distancia necesaria para que el auto se detenga, si la jovencita Ksenya hubiera empezado a frenar justo cuando aparece el coche en la pantalla ¿hubiera logrado frenar sin dañar al otro vehículo?. Justificarlo

g) En caso contrario, suponiendo que Ksenya[1] no lograra frenar a tiempo, siguiendo tu modelo, ¿a qué velocidad impactaría con el otro vehículo?

---

[1] **Original de la noticia**

Car crash in Russia causes huge Hollywood explosion (video)

A car crash in Russia has caused an explosion worthy of a Hollywood movie.And, just like a scene from a film, all those involved managed to walk away unscathed. Ksenya Houbanina, 24, was driving her Mitsubishi Outlander when she collided with a van at a junction. Witnesses were stunned at the huge fireball that erupted - and even more shocked that both drivers and their passengers walked away unharmed. The accident happened in the early evening near Syktyvkar, a city in Russia's Komi Republic. According to the *Metro*, onlooker Igor Krasnisky said: "It was a monster fireball, real Hollywood stunt stuff. "I think the woman must have been drinking, misjudged the distance and slammed into the truck without even knowing it was there." Ksenya and her passenger Tamara Rahounina, 26, got out of the car and walked away from the wreck unharmed. The driver of the van, Igor Klikoun, 45, and his four passengers also walked away from the wreck, although some of them suffered bruises and light burns. According to *Orange News*, police are investigating a claim that the Ksenya had been travelling at speed "for a dare" to see if she could get across the road without crashing, and had failed. They are also awaiting toxicology reports to determine whether she had been drinking or taking drugs at the time of the crash.