PROBLEMAS DE ENCONTRAR BIEN Y MAL DEFINIDOS. UNA PROPUESTA DE CARACTERIZACIÓN

Mª Aurelia Noda Herrera
Josefa Hernández Domínguez
Martín M. Socas Robayna

Universidad de La Laguna

Resumen.

La resolución de problemas bien definidos y estructurados aparece en los currículos de las áreas de tipo científico de las distintas etapas educativas, mientras que los problemas mal definidos o mal estructurados, que son en general problemas cotidianos y no científicos, quedan excluidos del mismo.

Con relación a la noción de problema, observamos que tanto en Psicología como en Educación Matemática, existen diferentes definiciones que no satisfacen de manera general, a nuestro entender, por pretender presentar estas definiciones desde una teoría general de la resolución de problemas con la intención en muchos casos de zanjar la discusión sobre lo que es verdaderamente un problema.

Junto a estos intentos de caracterizar la noción de problema aparece la necesidad de organizarlos, de clasificarlos, mezclándose en muchos trabajos caracterización y organización.

Como señalan Greeno (1978) y Kilpatrick (1987) existen muchas dificultades para hacer clasificaciones precisas de los problemas, ya que muchos de ellos presentan aspectos comunes en las diferentes categorías.

Presentamos en este trabajo, una organización de los problemas de encontrar (Polya, 1957) bien y mal definidos, en forma de "modelo de competencia", es decir, un modelo formal abstracto de problema que caracteriza una situación ideal con relación a un usuario ideal, que permita, al menos a nivel "local", una organización que incluya todos los tipos de problemas que queríamos tratar en nuestra investigación.

Summary.

The resolution of very defined and structured problems appears in the curricula of the areas of scientific type of the different educational stages, while the not well defined or not well structured problems that are in general daily and not scientific problems, are excluded of the same one.

With relationship to the problem notion, we observe that as much in Psychology as in Mathematical Education, they exist different definitions

Mª A. Noda; M. M. Socas (1999) *Problemas de encontrar bien y mal definidos. Una propuesta de caracterización, pp.187-200*

that don't satisfy in a general way, to our to understand, to seek to present these definitions from a general theory of the resolution of problems with the intention in many cases of settling the discussion on what is truly a problem.

Next to these intents of characterizing the problem notion the necessity appears of organizing them, of classifying them, mixing in many works characterization and organization.

As Greeno they point out (1978) and Kilpatrick (1987) many difficulties exist to make precise classifications of the problems, since many of them present common aspects in the different categories.

We present in this work, an organization of the problems of finding (Polya, 1957) well and not well defined, in form of competition model", that is to say, an abstract formal model of problem that characterizes an ideal situation with relationship to an ideal user that allows, at least at local level, an organization that includes all the types of problems that we wanted to try in our investigation.

INTRODUCCIÓN

La resolución de problemas "bien definidos" o "bien estructurados" aparece en los currículos de las áreas de tipo científico y ha sido y es extensamente investigada. Sin embargo, los problemas "mal definidos" o "mal estructurados" quedan excluidos de los mismos, al no tener cabida ni en las matemáticas ni en las otras disciplinas científicas que se ocupan de los mismos.

La noción de problema se ha intentado caracterizar tanto desde las Matemáticas (Polya, 1957), la Psicología (Newell y Simon, 1972; Chi y Glaser, 1986) como desde la Educación Matemática (Schoenfeld, 1985). Igualmente, múltiples han sido los intentos por organizarlos y clasificarlos (Simon, 1973; Butts, 1980; Charles y Lester, 1982; Frederiksen, 1984; Borasi, 1986; Pehkonen 1991, 95).

Como señalan Greeno (1978) y Kilpatrick (1987) existen muchas dificultades para hacer clasificaciones precisas de los problemas ya que muchos de ellos presentan aspectos comunes en las diferentes categorías.

Sin embargo, nuestros trabajos sobre problemas "mal definidos", como el ya clásico: ¿cuál es la edad del capitán?, (Baruk, 1985), y de otros tipos, nos llevó a pensar en la necesidad de elaborar unas categorías generales, a modo de "modelo de competencia", es decir, un modelo formal abstracto de problema que caracteriza una situación ideal en relación o no con un usuario ideal, que permita, al menos a nivel "local", una organización que incluya todos los tipos de problemas que queríamos tratar.

El análisis que proponemos de lo que es un problema de encontrar bien definido, está hecho considerando únicamente al problema en su organización lógico formal de los objetos implicados, es decir, conceptos, relaciones y procedimientos que le caracterizan (Nivel I). Es claro que otras caracterizaciones o tipologías de problemas toman en cuenta al resolutor o alumno (Nivel II), algunos también consideran las intenciones educativas implícitas (Nivel III). Puig (1996).

En esta caracterización "local" consideramos los "problemas de encontrar" de la clasificación de Polya (1957) y adaptamos algunos elementos utilizados en la definición de espacio problema de Newell y Simon (1972). Señalar que mientras estos autores se refieren en su definición a las diferentes representaciones cognitivas del problema que hace el resolutor a partir del entorno de la tarea, nosotros hablamos de un "modelo de competencia formal" y de las representaciones semióticas posibles de las soluciones del problema.

De esta manera, un problema de encontrar queda determinado por la terna <E,O,R> donde E es el conjunto de estados semióticos, O el conjunto de operadores y R el conjunto de soluciones, siendo $E=\{E_0, E_1, \ldots E_n\}$, con $E_n \in R$, y E_0 el estado inicial, formado por el conjunto de los datos dados.

Caracterizamos el *Problema de encontrar,* cuando en la terna anterior: $E_0 \neq \emptyset \wedge \exists (E_i)_{i\in\{0,1,\ldots n\}} \wedge E_0 \subset E_i,\ \forall i \in \{1,2,\ldots n\}$ $[(E_i)_{i\in\{0,1,\ldots,n\}}$ representa una sucesión de estados incluidos en E].

Los problemas de encontrar pueden ser caracterizados como Propios e Impropios. Consideremos $E_0 = \{e_1, e_2, \ldots, e_{j-1}, e_j, e_{j+1}, \ldots e_i\}$.

Un problema de encontrar propio, queda caracterizado por: $\forall e_j \in E_0 \wedge e_j \neq f(e_1, \ldots, e_{j-1}, e_{j+1}, \ldots, e_i)$, es decir, cuando en el estado inicial no hay datos redundantes, f está determinado por elemento de O.

Un problema de encontrar impropio, queda caracterizado por: $\exists e_j \in E_0 \wedge e_j = f(e_1, \ldots, e_{j-1}, e_{j+1}, \ldots, e_i)$es decir, cuando en el estado inicial hay datos redundantes, incluso la propia solución.

Una vez caracterizados los problemas de encontrar, decidimos llamarles "bien definidos" por su correspondencia con algunos problemas del ámbito escolar y decidimos que al negar las condiciones del problema de encontrar bien definido, las situaciones restantes obtenidas las llamaríamos problemas de encontrar mal definidos.

De esta manera, negando las condiciones del problema de encontrar bien definido, podemos caracterizar los problemas de encontrar mal definidos (MD) como $[E_0 = \varnothing] \vee$ [no existe $(E_i)_{i \in \{0,1,\ldots n\}}$] $\vee$ $[E_0 \not\subset E_i, \forall i \in \{1,2,\ldots,n\}$, es decir, $\exists e \in E_0 \wedge \forall i \in \{1,2,\ldots,n\}, e \notin E_i]$.

Partiendo de esta caracterización, nos encontramos con siete posibles categorías de problemas de encontrar mal definidos:

Categoría I: Cuando $E_0 = \varnothing$

Categoría II: Cuando no existe $(E_i)_{i \in \{0,1,\ldots n\}}$

Categoría III: Cuando $E_0 \not\subset E_i, \forall i \in \{1,2,\ldots,n\}$, es decir,

$$\exists e \in E_0 \wedge \forall i \in \{1,2,\ldots,n\}, e \notin E_i]$$

Categoría IV: Cuando $[E_0 = \varnothing] \wedge$ [no existe $(E_i)_{i \in \{0,1,\ldots n\}}$].

Categoría V: Cuando [no existe $(E_i)_{i \in \{0,1,\ldots n\}}$] $\wedge [E_0 \not\subset E_i, \forall i \in \{1,2,\ldots,n\}$, es decir, $\exists e \in E_0 \wedge \forall i \in \{1,2,\ldots,n\}, e \notin E_i]$.

Categoría VI: Cuando $[E_0 = \varnothing] \wedge [E_0 \not\subset E_i, \forall i \in \{1,2,\ldots,n\}$, es decir,

$\exists e \in E_0 \wedge \forall i \in \{1,2,\ldots,n\}, e \notin E_i]$.

Categoría VII: Cuando $[E_0 = \varnothing] \wedge$ [no existe $(E_i)_{i\in\{0,1,\ldots n\}}] \wedge$

$[E_0 \not\subset E_i, \forall i \in \{1,2,\ldots,n\}$, es decir,

$\exists e \in E_0 \wedge \forall i \in \{1,2,\ldots,n\}, e \notin E_i]$.

Las categorías I y IV son equivalentes, y las categorías V, VI y VII están caracterizadas por propiedades contradictorias y son descartadas por imposibles.

Por lo tanto, observamos tres tipos diferentes de problemas de encontrar mal definidos que tienen sentido y son las correspondientes a las categorías I, II y III, que denominamos en adelante, tipo T_1, T_2 y T_3 respectivamente.

Los tipo T_1 y T_2 serán también caracterizadas porque faltan datos, y los tipo T_3, porque sobran datos. De esta manera tenemos:

Tipo T_1 (faltan todos los datos), cuando $[E_0 = \varnothing]$.

Tipo T_2 (faltan datos), cuando $[E_0 \neq \varnothing] \wedge$ [no existe $(E_i)_{i\in\{0,1,\ldots n\}}]$

Tipo T_3 (sobran datos), cuando $[E_0 \neq \varnothing] \wedge [\exists (E_i)_{i\in\{0,1,\ldots n\}}] \wedge [E_0 \not\subset E_i, \forall i \in \{1,2,\ldots,n\}]$, es decir, cuando $[E_0 \neq \varnothing] \wedge [\exists (E_i)_{i\in\{0,1,\ldots n\}} \wedge \exists e \in E_0 \wedge \forall i \in \{1,2,\ldots,n\}, e \notin E_i]$.

Hemos caracterizado los problemas de encontrar mal definidos mediante la negación de las propiedades de los problemas de encontrar bien definidos. Este será el uso que hagamos de esta caracterización, es decir, siempre partimos de un problema bien definido propio y a partir de él construimos el correspondiente problema mal definido, por lo tanto, el camino que nos conduce del problema bien definido al problema mal definido está perfectamente determinado y el problema mal definido está también perfectamente caracterizado.

De esta manera, los problemas de encontrar mal definidos se construyen explícitamente con un estado inicial E_0' que se obtiene modificando el estado inicial E_0 de los problemas de encontrar bien definidos. Esto nos permite una organización más detallada de los problemas de encontrar mal definidos caracterizada por las modificaciones hechas al estado E_0. Pasamos a analizar estas situaciones.

Si partimos de un problema bien definido propio, nos encontramos los siguientes casos (en lo que sigue, siempre consideramos el problema de encontrar bien definido propio con $E_0 = \langle e_1, \ldots, e_j, \ldots, e_i \rangle$):

1) Eliminamos todos los datos de E_0 y añadimos datos nuevos:

$$E_0 = \{e_1, \ldots, e_j, \ldots e_i\}$$
$$E_0' = \{e_{i+1}, \ldots, e_{i+h}\}$$

de donde: $E_0 \not\subset E_0'$ $(R \not\subset E_0')$

2) Eliminamos algún dato de E_0:

$$E_0 = \{e_1, \ldots, e_j, \ldots e_i\}$$
$$E_0' = \{e_1, \ldots, e_{j-1}, e_{j+1} \ldots e_i\}$$

de donde: $E_0 \not\subset E_0'$ $(R \not\subset E_0')$

3) Eliminamos todos los datos de E_0:

$E_0' = \varnothing$,

de donde: $E_0 \not\subset E_0'$ $(R \not\subset E_0')$

4) Eliminamos algún dato de E_0 y añadimos otros:

$$E_0 = \left\{ e_1, \ldots, e_J, \ldots e_i \right\}$$
$$E_0' = \left\{ e_1, \ldots, e_{J-1}, e_{J+1} \ldots e_i, e_{i+1} \right\}$$

de donde: $E_0 \not\subset E_0'$ $(R \not\subset E_0')$

5) Eliminamos algún dato de E_0 y añadimos la solución:

$$E_0 = \left\{ e_1, \ldots, e_j, \ldots e_i \right\}$$
$$E_0' = \left\{ e_1, \ldots, e_{j-1}, e_{j+1} \ldots e_i, R \right\}$$

de donde: $E_0 \not\subset E_0'$ $(R \subset E_0')$

6) Eliminamos algún dato de E_0 y añadimos datos y la solución:

$$E_0 = \left\{ e_1, \ldots, e_j, \ldots e_i \right\}$$
$$E_0' = \left\{ e_1, \ldots, e_{j-1}, e_{j+1} \ldots e_i, e_{i+1}, R \right\}$$

de donde: $E_0 \not\subset E_0'$ $(R \subset E_0')$

7) Añadimos algún dato a E_0:

$$E_0 = \left\{ e_1, \ldots, e_j, \ldots e_i \right\}$$
$$E_0' = \left\{ e_1, \ldots, e_j, \ldots e_i, e_{i+1} \right\}$$

de donde: $E_0 \subset E_0'$ $(R \not\subset E_0')$

8) Añadimos algún dato y la solución a E_0:

$E_0 = \{e_1, \ldots, e_j, \ldots e_i\}$

$E_0' = \{e_1, \ldots, e_j, \ldots e_i, e_{i+1}, R\}$

de donde: $E_0 \subset E_0'$ $(R \subset E_0')$

Análogamente, si partimos de un problema bien definido impropio, nos encontramos con muchos más casos, ya que tenemos que considerar los impropios por tener datos innecesarios, por tener la solución incluida y por tener datos innecesarios y la solución incluida, situaciones que no analizamos expresamente en este trabajo.

Resumiendo las situaciones anteriores, podemos indicar que los problemas "mal definidos porque faltan datos", tipo T_2, se caracterizan por $E_0 \not\subset E_0'$, y se construyen eliminando datos o eliminando y añadiendo datos de E_0. De esta manera, distinguimos: los que resultan de eliminar algunos datos de E_0 ($E_0' \subset E_0$ y $E_0' \neq \varnothing$, tipo T_2A), los que resultan de eliminar y añadir datos, respectivamente de E_0 ($E_0' \not\subset E_0$ y $E_0' \neq \varnothing$), pudiendo encontrarnos en este caso, con que $E_0 \cap E_0' \neq \varnothing$ (T_2B) o bien $E_0 \cap E_0' = \varnothing$ (T_2C).

Los problemas "mal definidos porque sobran datos" tipo T_3, son caracterizados: a) Por $E_0 \subset E_0'$, cuando son construidos añadiendo datos a E_0, distinguiendo: los que no incluyen la solución en los datos añadidos ($R \not\subset E_0'$, T_3A) y los que la incluyen ($R \subset E_0'$, T_3B). b) Por $E_0 \not\subset E_0'$, cuando son construidos añadiendo y eliminando datos a E_0, estando la solución entre los datos añadidos ($R \subset E_0'$, T_3C).

A continuación exponemos con detalle, ejemplos de construcción de problemas de encontrar mal definidos tipo T_1 y T_2, construidos a partir del siguiente problema bien definido: *Pedro compra una botella de leche y 3 barras de pan. La botella de leche cuesta 150 pesetas y cada barra de pan*

45 pesetas. Paga la leche y el pan con una moneda de 500 pesetas. ¿Cuánto dinero le devuelven?

FALTAN TODOS LOS DATOS (Tipo T_1): $E_0 = \varnothing$

Ejemplo:

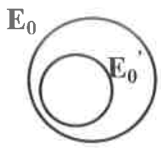
Pedro compró diferentes objetos. ¿Cuánto dinero le devuelven?

FALTAN DATOS (Tipo T_2): $[E_0 \neq \varnothing] \wedge [\text{no existe } (E_i)_{i \in \{0,1,\ldots n\}}]$.

En su construcción queda caracterizado por $E_0 \not\subset E_0^{''}$.

Consideramos diferentes casos posibles:

1) Eliminando datos, $E_0' \subset E_0$, gráficamente



T_2 A) Cuando eliminamos algún dato de E_0,

$E_0' = \{e_1, e_2, \ldots, e_{j-1}, e_{j+1}, \ldots, e_i\}$ y $E_0' \subset E_0 \wedge E_0' \neq \varnothing$.

Ejemplo:

Pedro compra una botella de leche y 3 barras de pan. La botella de leche cuesta 150 pesetas. Paga la leche y el pan con una moneda de 500 pesetas. ¿Cuánto dinero le devuelven?

Cuando eliminamos todos los datos de E_0, $E_0' = \varnothing \wedge \ E_0' \subset E_0 \wedge E_0' = \varnothing$, se transforma en un problema tipo T_1.

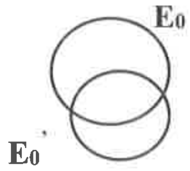
Ejemplo:

Pedro compró diferentes objetos. ¿Cuánto dinero le devuelven?

2) Eliminando y añadiendo datos, $E_0' \not\subset E_0 \wedge E_0' \neq \varnothing$

T_2 B) Cuando eliminamos algún dato y añadimos otro,

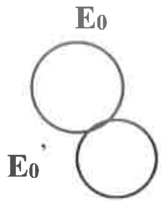
$E_0' = \{e_1, e_2, \ldots, e_{j-1}, e_{j+1}, \ldots, e_i, e_{i+1}\}$ y $E_0 \cap E_0' \neq \varnothing$, gráficamente



Ejemplo:

Pedro compra una botella de leche, 3 barras de pan y 200 g de jamón. La botella de leche cuesta 150 pesetas. Paga la leche y el pan con una moneda de 500 pesetas. ¿Cuánto dinero le devuelven?

T_2 C) Cuando eliminamos todos los datos y añadimos datos nuevos, $E_0^{'} = \{e_{i+1},\dots,e_{i+h}\}$ y $E_0 \cap E_0^{'} = \varnothing$, gráficamente



Ejemplo:

Pedro tiene 18 años y compra diferentes objetos. ¿Cuánto dinero le devuelven?

Siguiendo este proceso de construcción, eliminando y añadiendo datos, podemos encontrarnos con estas dos situaciones:

3). Eliminamos datos y añadimos otros, entre los que se encuentra la solución, $E_0^{'} = \{e_1, e_2,\dots, e_{j-1}, e_{j+1},\dots, e_i, e_{i+1}, R\}$

4). Eliminamos todos los datos y añadimos la solución, $E_0^{'} = \{R\}$

En ambos casos, podemos observar que el procedimiento de añadir y eliminar datos, aplicado a E_0, los convierte en un problema de naturaleza diferente, ya que no cumplen la condición: *no existe* $(E_i)_{i\in\{0,1,\dots,n\}}$. Es decir, que no son problemas del Tipo T_2. En la situación 3)**,** se cumple la condición: $\exists e \in E_0, e \notin (E_i)_{i\in\{o,1,\dots,n\}}$, es decir, se trata de un problema de encontrar mal definido porque sobran datos (Tipo T_3). En la situación 4), se cumplen las condiciones $E_0 \neq \varnothing \wedge \exists (E_i)_{i\in\{0,1,\dots,n\}} \wedge E_0 \subset E_i,\ \forall i \in \{1,2,\dots,n\}$, es decir, se trata de un problema de encontrar bien definido.

Luego los problemas de encontrar mal definidos porque faltan datos (Tipo T_2), se encuentran en las tres situaciones siguientes: **T_2A, T_2B y T_2C.**

Añadimos ahora ejemplos de problemas de encontrar mal definidos Tipo T_3, que son construidos a partir del siguiente problema bien definido: *¿Qué distancia separa el colegio del parque, si para ir de un sitio a otro, la rueda de una bicicleta de 60 cm de radio da 340 vueltas?*

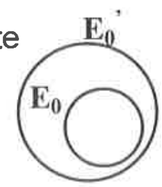
SOBRAN DATOS (Tipo T_3):

$[E_0 \neq \varnothing] \wedge [\exists (E_i)_{i\in\{0,1,\dots n\}}] \wedge [E_0 \not\subset E_i, \forall i \in \{1,2,\dots,n\}]$, es decir, cuando $[E_0 \neq \varnothing] \wedge [\exists (E_i)_{i\in\{0,1,\dots n\}} \wedge \exists e \in E_0 \wedge \forall i \in \{1,2,\dots,n\}, e \notin E_i]$.

En su construcción se caracterizan tanto por $E_0 \subset E_0'$ como por $E_0 \not\subset E_0'$

Tenemos diferentes casos posibles:

1) Añadiendo datos. Caracterizados por $E_0 \subset E_0'$, gráficamente



T_3 A) Añadiendo algún dato, $E_0' = \{e_1,\dots,e_j,\dots,e_i,e_{i+1}\}$ y $R \not\subset E_0'$

El dato e_{i+1}, es un dato independiente de los datos $e_1,\dots, e_j,\dots, e_i$, porque en caso contrario transformamos el problema en un problema bien definido impropio.

Ejemplo:

¿Qué distancia separa el colegio del parque, si para ir de un sitio a otro, la rueda de una bicicleta de 60 cm de diámetro da 340 vueltas y tarda 2

horas?

T_3 B) Cuando entre los datos añadidos está la solución,

$E_0' = \{e_1, \ldots, e_j, \ldots, e_i, e_{i+1}, R\}$ y $R \subset E_0'$

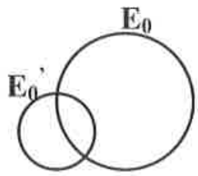
El dato e_{i+1}, es también un dato independiente de los datos iniciales, porque si no sería nuevamente un problema bien definido impropio.

El caso de añadir únicamente R tampoco es considerado, ya que el resultado sería nuevamente un problema bien definido impropio.

Ejemplo:

¿Qué distancia separa el colegio del parque, si para ir de un sitio a otro, la rueda de una bicicleta de 60 cm de diámetro, recorre 640 metros, da 340 vueltas y tarda 2 horas?

2) Añadiendo y eliminando datos. Caracterizados por $E_0 \not\subset E_0'$, gráficamente



T_3 C) Cuando eliminamos datos y añadimos otros, entre los que se encuentra la solución, $E_0' = \{e_1, \ldots, e_{j-1}, e_{j+1}, \ldots, e_i, e_{i+1}, R\}$ y $R \subset E_0'$

Esta situación fue ya descrita en el análisis de los mal definidos porque faltan datos. Cualquier otra situación de añadir y eliminar datos es del tipo de problemas mal definidos Tipo T_2.

Ejemplo:

¿Qué distancia separa el colegio del parque, si para ir de un sitio a otro, la rueda de una bicicleta de 60 cm de diámetro, recorre 640 metros y tarda 2 horas?

Referencias Bibliográficas

BARUK, S., 1985. *L'âge du capitaine.* París: Editions du Seuil.

CHI, M. y GLASER, R., 1986. Capacidad de resolución de problemas. In R. J. Sternerg (Ed.). *Las capacidades humanas. Un enfoque desde el procesamiento de la información.* pp 303-324. Labor. Barcelona.

BORASSI, R., 1986. On the Nature of Problems. *Educational Studies on Mathematics,* vol. 17, pp. 125-142.

BUTTS, T., 1980. Posing Problems Properly. In S. Krulik and R. E. Reys, (Eds.): *Problem Solving in School Mathematics.* pp 23-33. National Council of Teachers of Mathematics. Reston, Virginia.

CHARLES, R. y LESTER, F., 1982. *Teaching problem solving. What, Why, How.* Dale Seymour. Palo Alto.

FREDERIKSEN, N., 1984. Implications of cognitive theory for instruction in problem solving. *Review of Educational Research*, 54, pp 363-407.

GREENO, J. G., 1978. Natures of problem solving abilities. In W. K. Estes (Ed.). *Handbook of learning and cognitive processes.* Vol. 5, pp 239-270. Hillsdale, N. J. Erlbaum.

KILPATRICK, J., 1987. Problem Formulating: Where Do Good Problems come From? In A. Schoenfeld (Ed.). *Cognitive Science and Mathematics Education.* Learning and Teaching of Algebra. Hillsdale, New Jersey.

NEWEL, A. y SIMON, H., 1972. *Human Problem Solving.* Prentice Hall. Englewood Cliff.

NODA, M., HERNÁNDEZ, J., y SOCAS, M. M., 1998. La resolución de Problemas de Matemáticas mal definidos. *Educación Matemática.* (Pendiente de publicar).

NODA, M., HERNÁNDEZ, J., y SOCAS, M. M., 1999. Study of justificatios made by students at the "preparation stage" of badly defined problems. . *Proceedings of the XXIII PME Conference.* Israel (1999). Vol.3 pp. 345-352

PEHKONEN, E., 1991. Problem solving in Mathematics. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik,* vol. 1, pp 1-4. Karlsruhe

PEHKONEN, E., 1995. Using open-ended problems in mathematics. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik,* vol. 2, pp. 55-57. Karlsruhe.

POLYA, G. 1957. *How to solve it.* Princeton University Press. New Jersey. (Traducción castellana, *Cómo plantear y resolver problemas*. México. Ed.

Trillas. 1976)
PUIG, L. 1996. *Elementos de resolución de Problemas.* Colección Mathema. Granada: Ed. Comares.