



## LA FRACCIÓN COMO OPERADOR: RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS, DIFICULTADES ASOCIADAS Y CONOCIMIENTO DIDÁCTICO DEL CONTENIDO

Diana Herreros Torres <sup>1</sup>

María T. Sanz <sup>1</sup>

Carlos Bernardo Gómez Ferragud <sup>2</sup>

<sup>1</sup>Universidad de Valencia, Dpto. Didáctica de la Matemática

<sup>2</sup>Universidad de Valencia, Dpto. Didáctica de las Ciencias Experimentales y  
Sociales

### Resumen

Se presenta una investigación de carácter exploratorio que busca detectar las dificultades presentes en el desarrollo de uno de los contenidos básicos de la Educación Primaria: la fracción como operador. Participaron en el estudio un grupo de 40 docentes recién graduados en Magisterio. A partir de dos pruebas específicas se pretendió indagar acerca de su conocimiento disciplinar en resolución de problemas con fracciones donde estas actúan como operador, así como acerca de su conocimiento didáctico del contenido sobre fracciones. Se evidenciaron mejores resultados en la resolución aritmética frente a la gráfica y cuando la fracción opera sobre un número natural que cuando opera sobre un fraccionario. Los niveles de conocimiento didáctico del contenido fueron muy bajos, con porcentajes inferiores al 40%. A partir de estos resultados, se sugiere la necesidad de reconsiderar la funcionalidad que se le otorga al contenido matemático objeto de estudio en los diferentes currículos.

Palabras clave: *fracción como operador, resolución de problemas, dificultades de enseñanza.*

### Abstract

An exploratory research is presented that seeks to detect the difficulties present in the development of one of the basic contents of Primary Education: the fraction as an operator. A group of 40 teachers recently graduated in Teaching participated

in the study. Based on two specific tests, it was intended to inquire about their disciplinary knowledge in solving problems with fractions where they act as an operator, as well as about their didactic content knowledge about fractions. Better results were evidenced in the arithmetic resolution versus the graph and when the fraction operates on a natural number than when it operates on a fraction. Pedagogical content knowledge levels were very low, with percentages below 40%. From these results, the need to reconsider the functionality that is given to the mathematical content under study in the different curricula is suggested.

Keywords: *fraction as an operator, problem solving, teaching difficulties.*

## **Introducción**

En la actualidad, la formación de profesores se considera un tema primordial para la investigación en educación matemática. Este hecho está determinado por: a) resultados desfavorables en el desarrollo de las capacidades cognitivas de los estudiantes en exámenes nacionales e internacionales, y b) la insatisfacción de los docentes en el desempeño de su labor, aunado a las diferentes reformas curriculares que exigen una cierta renovación de los docentes (Godino, Batanero y Flores, 1999).

La cuestión es que, ante este panorama, persiste la idea de si es posible hacer algo más en la formación inicial docente para desarrollar conocimientos profesionales específicos (de matemáticas, en este caso). El hecho es que, como afirman Lappan y Theule-Lubienski (1992, citados en Godino et al. 1999), una formación del profesorado exclusivamente matemática o psicopedagógica, de carácter generalista, no parece ser suficiente dadas las capacidades cognitivas y didácticas, complejidad de conceptos y métodos matemáticos específicos.

Es por ello que, en este trabajo, se busca investigar el conocimiento tanto disciplinar como didáctico que tienen los docentes de educación primaria recién titulados sobre un concepto matemático específico, la fracción como operador, en

un contexto de resolución de problemas, para detectar si es el antecedente a una enseñanza deficiente al respecto o si la mala comprensión por parte de los estudiantes deriva de un conocimiento de la fracción incompleto por parte de los docentes.

## **Fundamentos**

El concepto de número racional es una de las ideas más complejas e importantes de las matemáticas (Behr et al., 1983) y la investigación educativa propone una enseñanza basada en problemas para la mejora de su comprensión (Gunderson y Gunderson, 1957). Actualmente, la resolución de problemas se considera una herramienta cognitiva fundamental para la construcción del conocimiento, pero, según Cai y Lester (2010) no es tarea fácil, para los profesores, la incorporación de problemas matemáticos y su resolución de forma significativa en el currículo. La complejidad de los procesos cognitivos necesarios en la resolución de problemas no solo se refleja en lo exigentes que resultan estas tareas para los estudiantes, sino que también se constata en la dificultad del profesorado para identificar cuáles son las carencias de los estudiantes y organizar secuencias de enseñanza adaptadas a cada uno de ellos. Si, además, añadimos problemas que involucran cantidades fraccionarias, entonces la complejidad se eleva, ya que, por un lado, se tiene la resolución de problemas, y por otro la operatoria con las fracciones y sus diferentes significados.

Desde el punto de vista teórico, la introducción de las fracciones produce una disrupción en el concepto de número, por el paso del  $n^{\circ}$  de contar al  $n^{\circ}$  de medir (Konic, Godino y Rivas, 2010). Desde el punto de vista práctico, el concepto de fracción es aplicable a una gran cantidad de situaciones y problemas de la vida diaria a los que Kieren (1976) denomina subconstructos (parte-todo, cociente, resultado de una medida, razón, número decimal y operador). Estos

significados no se trasladan al currículum y a los modelos de enseñanza los cuales enfatizan el modelo del pastel, lo que dificulta la comprensión de las fracciones en todo su conjunto de significados (Gairín y Muñoz, 2005). Para paliar las dificultades que esta situación de enseñanza-aprendizaje provocan se sugiere la resolución de problemas como base para introducir los diferentes subestructos en el aula (Resnick 1987; Mack, 2000).

Son muchos los estudios que han identificado debilidades en la capacidad de los profesores para supervisar las resoluciones de los estudiantes (D'Amore, 2006; Fernández, et al., 2016), que parecen ser consecuencia de un deficiente conocimiento didáctico-matemático del profesorado (Llinares y Krainer, 2006). En consecuencia, se requiere hacer algo más desde la formación inicial del profesorado para que los futuros docentes desarrollen un conocimiento profesional específico sobre esta problemática. Es por ese motivo que entidades como el NCTM (1991) proponen que los cursos de formación de profesores de matemáticas deben incluir aspectos relacionados con lo que se conoce como “Conocimiento Didáctico del Contenido” (CDC) que corresponde a la “mezcla de contenido disciplinar y pedagogía para entender cómo conceptos, temas o problemas se organizan, representan y adaptan para enseñar a estudiantes con diversos intereses y habilidades” (Shulman, 1986, p. 8). Es por este motivo que parece importante evaluar hasta qué punto los maestros de niveles de educación primaria recién graduados están adquiriendo suficiente CDC en matemáticas, en particular, en el concepto de fracciones, y detectar aquellos aspectos que podrían ser mejorados durante su formación inicial en la universidad.

## **Preguntas y objetivos de investigación**

El objetivo principal del presente trabajo es estudiar el comportamiento de los docentes en formación y diagnosticar algunas de las dificultades importantes que se observan ante una tarea de resolución de problemas, donde la fracción aparece como operador en algunas situaciones multiplicativas concretas. Además, también se pretende evaluar el Conocimiento Didáctico del Contenido que estos presentan sobre el concepto de fracción.

Para abordar estos objetivos generales, a continuación, se recogen las preguntas y objetivos específicos de investigación.

Por lo que se refiere a las preguntas encontramos:

- P1. ¿Qué dificultades presentan los docentes ante la resolución aritmética y gráfica de problemas aritméticos de enunciado verbal (PAEV) donde la fracción actúa como operador frente a un número natural o un número racional?
- P.2 ¿Cuál es la competencia didáctica del profesorado en formación inicial sobre el contenido de fracciones en el currículum de Enseñanza Primaria?

Así, los objetivos específicos que darían respuesta a dichas preguntas son:

- **Obj.1.** Analizar el proceso de resolución aritmética y gráfica ante PAEVs que involucran la fracción como operador por parte de una muestra de recién graduados en Magisterio Primaria.
- **Obj.2.** Determinar si existen diferencias en la resolución de un PAEV con fracción como operador cuando se presenta un número natural o racional en la muestra de futuros maestros de Educación Primaria.
- **Obj.3.** Analizar el CDC que presentan los docentes en formación inicial sobre fracciones y concretamente sobre la fracción como operador.

## **Método**

Para alcanzar los objetivos anteriormente propuestos, se desarrolló un estudio de carácter exploratorio compuesto por dos partes relacionadas; una más teórica sobre didáctica y otra más práctica sobre los contenidos a nivel disciplinar, tal y como veremos más adelante. Por ello, en algunos análisis se utilizaron contajes y porcentajes basados en datos obtenidos de instrumentos y en otros se analizaron las respuestas mediante un sistema categorial elaborado y refinado en ciclos de análisis. Por tanto, éste trabajo se sitúa más bien en el paradigma positivista en algunos análisis, y en el interpretativo en otros, utilizando métodos mixtos que combinan técnicas cuantitativas y cualitativas.

### **Participantes**

El estudio se realizó sobre una muestra de 40 docentes (16 hombres y 24 mujeres) recién graduados en el Grado de Maestro de Primaria en una universidad pública de Valencia, cuya edad estuvo comprendida entre los 22 y los 26 años. La muestra fue de conveniencia, tomándose todos los participantes a los que se tuvo acceso en las condiciones especiales ocasionadas durante la pandemia por la Covid-19.

Los participantes cursaron las materias troncales de matemáticas y didáctica de la matemática (21 créditos en total). Es importante tener en cuenta que, en ese momento, ninguno de ellos tenía experiencia profesional, por tanto, la información aportada vendrá asociada a su formación inicial sin verse alterada por el valioso componente de la maduración que proporciona la experiencia en el oficio.

### **Instrumentos**

Para la toma de datos, se diseñaron, en primer lugar, dos problemas aritméticos verbales sobre fracciones, donde la fracción actúa como operador sobre un todo conocido, que se recogen en la Tabla 1:

---

**P1.** A un pozo con 20 litros de agua le vaciamos tres quintas ( $\frac{3}{5}$ ) partes para regar las plantas ¿Cuántos litros se han vaciado?

---

**P2.** La mitad ( $\frac{1}{2}$ ) de un pozo está lleno de agua. Si vaciamos la tercera parte ( $\frac{1}{3}$ ) para consumir ¿Qué parte de la cantidad de agua inicial se ha vaciado?

---

*Tabla 1. Problemas experimentales de la Batería de problemas 1. Elaboración propia.*

En ambos problemas, se pidió a los docentes que resolvieran de dos modos: mediante la resolución aritmética y la gráfica. Los problemas, fueron diseñados convencionalmente de modo que respondieran a la estructura de los PAEV aportada por Puig y Cerdán (1988, pp. 1-33); parte informativa + pregunta, no más de 30 palabras, ubicándose en un contexto o situación cercano a la vida cotidiana y evitando cualquier variable contaminante que no fuera de interés en este estudio. La diferencia entre el P1 y el P2 radica en la cantidad numérica total sobre la que actúa la fracción como operador; en P1, una cantidad natural, mientras que para P2 es una cantidad fraccionaria. Con esta herramienta se pretendió explorar posibles dificultades de los docentes ante este contenido disciplinar considerando dos métodos de resolución (aritmético o gráfico) y dos tipos de número sobre el que actúa la fracción como operador (natural o fracción).

Por otra parte, el segundo instrumento que se utilizó fue un cuestionario para explorar el CDC de los docentes sobre el contenido de fracciones recogido en el currículum de Primaria, concretamente sobre la fracción como operador (Tabla 2). Este cuestionario se basa en una herramienta que ha adquirido una significación destacada en la investigación en la didáctica de las Matemáticas y

las Ciencias definida como el CoRe (Content Representation). El CoRe representa una visión de conjunto sobre la enseñanza de un tema o aspecto específico, y recoge distintas dimensiones (y sus relaciones) de los conocimientos sobre el contenido, la enseñanza y el aprendizaje sobre dicho tema. En su origen, en la definición y diseño establecidos por Loughran, Mulhall y Berry (2004), el CoRe cuenta con ocho preguntas sobre el tema específico. No obstante, basándonos en la versión del CoRe adaptada para maestros establecida por Verdugo-Perona (2017) en un trabajo similar en la disciplina de Ciencias, el cuestionario sobre CDC que aquí se presenta solo consta de 6 preguntas.

---

<b>Situación de partida</b>	<p>En 5º y 6º de Primaria se estudian fracciones. Algunos de los contenidos de este tema amplio incluidos en el DOGV son:</p> <ul style="list-style-type: none"><li>-Concepto de fracción como división de números naturales. Relación entre fracciones y decimales.</li><li>-La representación gráfica de fracciones propias (por ejemplo, <math>1/2</math>) e impropias (por ejemplo, <math>5/3</math>).</li><li>-Significado y utilidad de los números fraccionarios y decimales en contextos personales y sociales (facturas comerciales, rebajas, impuestos, etc.). Resolución de problemas cotidianos implicando fracciones.</li><li>-Cálculo del producto de una fracción por otro número, sea éste natural o fraccionario.</li></ul>
<b>Preguntas</b>	<hr/> <ol style="list-style-type: none"><li>1. ¿Qué intentarías que los alumnos y alumnas aprendiesen sobre esta situación particular (objetivos)?</li><li>2. ¿Por qué crees que es importante que los discentes aprendan lo que se ha expuesto anteriormente (relevancia del tema o situación)?</li><li>3. ¿Conoces las posibles dificultades de aprendizaje de los niños y niñas o sus ideas alternativas sobre esta situación? Justifica tu respuesta.</li><li>4. ¿Conoces las dificultades o limitaciones en la enseñanza de los aspectos mencionados? Justifica tu respuesta.</li><li>5. ¿Qué metodología de enseñanza utilizarías para obtener un mayor aprendizaje de los y las estudiantes en el caso planteado? ¿Qué actividades concretas plantearías?</li></ol> <hr/>



---

6. ¿Cómo evaluarías si los discentes han alcanzado realmente los objetivos planteados al principio?

---

*Tabla 2. Preguntas del cuestionario 1 sobre CDC. Elaboración propia.*

## **VARIABLES Y MEDIDAS**

### **Evaluación de problemas P1 y P2**

Las respuestas de los futuros docentes a los problemas se codifican en función de las variables de estudio según el valor de 0 (respuesta incorrecta) o 1 (respuesta correcta) y mediante la distribución de las respuestas en diferentes variables establecidas de la siguiente manera: resolución aritmética y gráfica de un número natural (P1A y P1G, respectivamente), resolución aritmética y gráfica de un número fraccionario (P2A y P2G, respectivamente) o el dominio de ambos métodos de resolución en cada uno de los casos (P1 y P2). Además, el análisis de los resultados será: a) descriptivo, donde se observará la frecuencia de cada uno de los valores de codificación para cada una de las variables, y b) inferencial, donde se estudiará la relación entre los diferentes pares de estas variables según el objetivo propuesto. Para ello se utilizará la prueba de Fisher (TF), la V de Cramer (VC) y la prueba de proporciones (TP).

### **Evaluación Cuestionario CDC**

Por lo que respecta a la evaluación del CDC a través del CoRe, no se determinan específicamente un número detallado de variables, sino que, considerando los ítems de las 6 preguntas del cuestionario, y a través de una rúbrica de evaluación, se efectúa un sistema de categorización mediante indicadores. Para cada pregunta del cuestionario se incluye un variado número de indicadores, ya que se pretende establecer un análisis y una evaluación que mida el máximo de aspectos posibles en relación a la investigación. Así, a los contenidos correspondientes a cada pregunta se le ha considerado una categoría

(C1, C2, C3, C4, C5 y C6) y a los diferentes indicadores que conforman esas categorías se les ha considerado como subcategorías, por ejemplo, para C1, encontramos (C1. 1, C1.2, ...). Para la evaluación, consideramos la respuesta de cada sujeto a esa pregunta. Luego, una vez conocidas todas las respuestas a dicha pregunta, se volvieron a leer con el objetivo de clasificar cada idea dentro del indicador más pertinente para esa categoría. Es por ese motivo que la suma de los porcentajes de cada indicador en la tabla para cada categoría no suma 100%, pues un mismo sujeto puede haber aportado para la categoría 1 ideas propias de dos o más indicadores.

Finalmente, tras este análisis de carácter cualitativo, el último paso fue llevar a cabo el recuento y la obtención de porcentajes. Véase la Figura 1 donde se muestra un ejemplo.

<b>C2. Importancia Educativa</b>	Relación con utilidad en la vida diaria <b>C2.1</b>	72,5	“Porque les ayudarán a resolver situaciones en su día a día de una manera sencilla y eficaz” #8
	Importancia en la formación personal <b>C2.2</b>	30	“Porque les va a servir en su futuro, tanto académico como laboral y personal” #13
	Relación, prelación y secuencia entre estos y otros contenidos <b>C2.3</b>	37,5	“(las fracciones) son la base para la adquisición de nuevos conocimientos que aprenderán posteriormente”#40
	Otras ideas <b>C2.4</b>	0	

*Figura 1. Clasificación de respuestas a la pregunta 2 del cuestionario 1.*

*Elaboración propia.*

## **Resultados**

### **Batería de problemas 1 sobre problemas experimentales**

Por lo que respecta a P1 donde la fracción actúa sobre un número natural, se registran resultados más exitosos en la resolución aritmética que en resolución gráfica; 38 de 40 (95,0%) tienen bien la resolución aritmética, mientras que 28 de

40 (70,0%) tiene bien la gráfica. De los 28 que tienen bien la resolución gráfica, ninguno tiene mal la aritmética. Esto indica que, de 40 encuestados, únicamente 28 (70,0%) han resuelto correctamente el P1. Véanse estas concreciones con mayor detalle en la Figura 2.

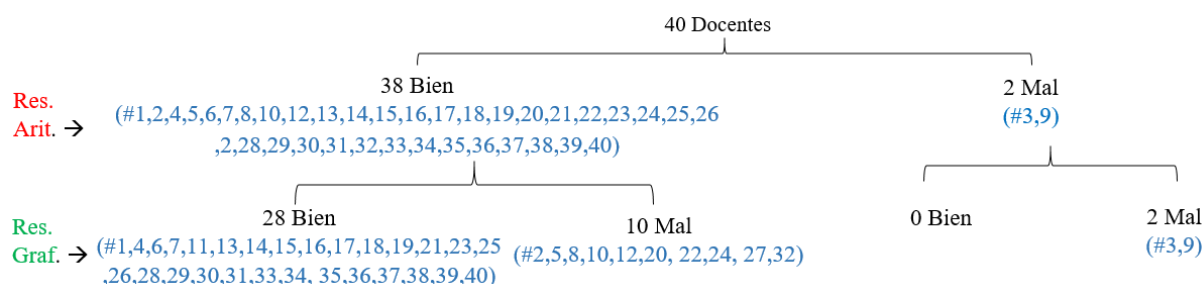


Figura 2. Clasificación de los docentes según el éxito en P1. Elaboración propia.

A continuación, en referencia a P2 (ver detalle en Figura 3), al igual que ha sucedido con P1, se registra un mayor éxito en resolución aritmética que en gráfica; 29 de 40 (73%) y 11 de 40 (28%), respectivamente. Al igual que ocurre con P1, los 11 encuestados que tienen correcta la parte gráfica tienen también correcta la gráfica.

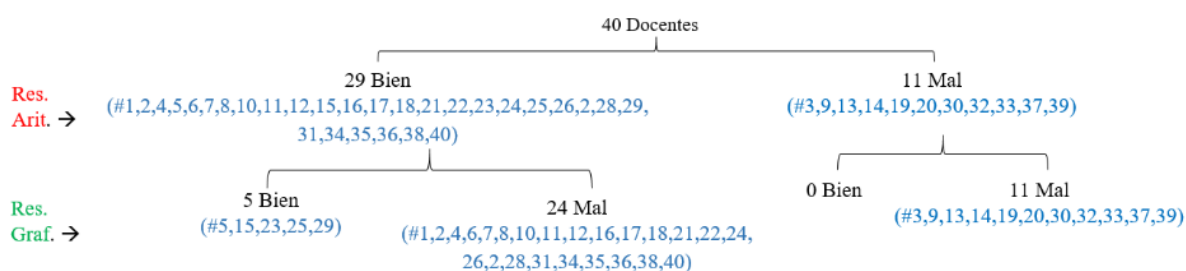
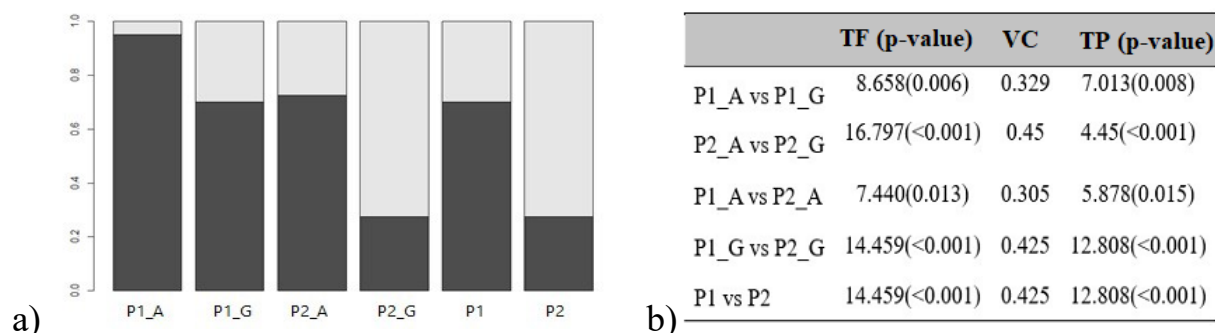


Figura 3. Clasificación de los docentes según el éxito en P2. Elaboración propia.

El análisis comparativo entre las tasas de éxito se muestra en la Figura 4a). Los resultados numéricos (Figura 4b) reflejan una mediana asociación

( $VC \leq 0,45$ ) y diferencias entre los aciertos en la resolución de los problemas ( $p\text{-valor} \leq 0,015$ ).



*Figura 4: (a) Nivel de éxito en los problemas según resolución; (b) Nivel de asociación y diferencia entre los resultados. Elaboración propia*

### **Cuestionario sobre CDC**

Basándonos en los porcentajes correspondientes a las respuestas de los docentes en cada categoría, cabe destacar que el valor más elevado de respuestas en una misma categoría no supera el valor de 75%, ubicándose la mayoría de indicadores entre los valores del 30 y 40%. Además, un 25% de los docentes encuestados no conoce qué dificultades existen en la enseñanza de las fracciones en la Educación Primaria.

### **Conclusiones**

Si recopilamos las diferentes aportaciones de nuestra investigación, podemos ver que con respecto a los PAEV experimentales, existen dos elementos principales que generan diferencias relevantes en la consideración final de los resultados. Con esto nos referimos, por un lado, a la cantidad sobre la que actúa la fracción como operador, según se trate de un número natural o fraccionario y, por otro lado, al método de resolución solicitada, según sea aritmética o gráfica.

Los resultados de esta investigación apuntan a un aumento del éxito cuando la fracción opera sobre un número natural. Este hecho se alinea con los resultados

obtenidos por Rocerau et al. (2010) quienes indican que existe mayor dificultad cuando el todo sobre el que actúa, el operador, es una fracción y no un número natural.

Teniendo en cuenta cada método de resolución, la mayoría de los participantes obtienen un nivel de éxito mucho mayor en la resolución aritmética que en la resolución gráfica.

Asimismo, en relación con el aspecto didáctico, y coincidiendo con los resultados de estudios como ahora el de Gutiérrez (2012), los datos aquí obtenidos, no solo alertan de la falta de experiencia laboral o de deficiencias en el oficio (aspecto obvio debido a su reciente finalización del Grado), sino que, más preocupante todavía, alertan sobre un aprendizaje pobre o erróneo de la disciplina de la matemática y, por ende, de su didáctica. Llama la atención que, de un total de 40 docentes, solo 9 personas hayan resuelto con éxito los dos problemas experimentales y que un 25% de docentes no conozca qué dificultades existen en la enseñanza de las fracciones en la Educación Primaria.

Parece ser que conocer el origen y evolución de las dificultades presentes para el contenido que aquí se investiga, debe ir más allá de las complejidades características de la propia naturaleza matemática, por ello, ante la insistente importancia de la enseñanza de las fracciones a través de la resolución de problemas (Llinares, 2003, Resnick, 1987), parece oportuno evaluar hasta qué punto los maestros de primaria recién graduados están adquiriendo suficiente CDC en matemáticas y, en concreto, en relación con el contenido de fracción, para detectar aquellos aspectos que podrían ser mejorados durante su formación inicial en la universidad y ofrecer así una formación más competente. Por esta razón, este trabajo debe ser objeto de ampliación, para evaluar, por ejemplo, diferentes especialidades, así como, diferentes comunidades autónomas.

## **Agradecimientos**

Este trabajo ha sido realizado con el apoyo del proyecto de la Generalitat Valenciana GV/2021/110.

## **Referencias bibliográficas**

- Behr, M. J., Lesh, R., Post, T. y Silver, A. (1983). Rational Numbers Concepts. En Lesh, R. y Landau, M. (Eds.), *Acquisitions of Mathematics Concepts and Processes* (pp. 9-126). Academic Press.
- Cai, J., y Lester, F. (2010). Why is teaching with problem solving important to student learning. *National council of teachers of mathematics*, 13(12), 1-6.
- D'Amore, B. (2006). *Didáctica de la matemática*. Editorial Magisterio.
- Fernández, M., Moreno, E., Ortega, K., Tous, W. y Amaya, T. (2016). Estrategias didácticas: dificultad o fortaleza en el aprendizaje de los estudiantes en el trabajo con fracciones algebraicas. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa (ALME)*, (2), 490-496.
- Godino, J. D., Batanero, C., y Flores, P. (1999). El análisis didáctico del contenido matemático como recurso en la formación de profesores de matemáticas. *homenagem ao professor Oscar Sáenz Barrio. Departamento de Didáctica y Organización Escolar*, 165-185.
- Gairín, J., y Muñoz, J. (2005). El número racional positivo en la práctica educativa: Estudio de una propuesta editorial. *IX Simposio de la SEIEM* (comunicación del Grupo de Pensamiento Numérico y Algebraico).
- Gunderson, A. G., y Gunderson, E. (1957). Fraction concepts held by young children. *The Arithmetic Teacher*, 4(4), 168-173.
- Gutiérrez, A. (2012). *Conocimiento didáctico sobre números y operaciones de los estudiantes españoles de Magisterio en TEDS-M*. [Tesis de Doctorado, Universidad de Granada, España].
- Kieren, T. (1976). On the mathematical, cognitive and instructional foundations of rational numbers en Lesh, R. y Bradbard, D. (Ed.). *Number and*

- Measurement: Papers from a research workshop.* (pp. 101-144). ERIC/SMEAC.
- Konic, P. M., Godino, J. D., y Rivas, M. (2010). Análisis de la introducción de los números decimales en un libro de texto. *Números. Revista de didáctica de las matemáticas*, 74, 57-74.
- Llinares, S. (2003). Fracciones, decimales y razón. Desde la relación parte-todo al razonamiento proporcional. En Chamorro, M. (Coord.), *Didáctica de las Matemáticas para Primaria*, 187-219. Pearson Prentice Hall.
- Llinares, S., y Krainer, K. (2006). Mathematics (student) teachers and teacher educators as learners. En A. Gutierrez y P. Boero (Eds.), *Handbook of Research on the Psychology of Mathematics Education: Past, present and future*, pp. 429-459. Rotterdam/Taipei, Sense Publishers.
- Loughran, J., Mullhall, P. y Berry, A. (2004). In search of pedagogical content knowledge in science: Developing ways of articulating and documenting professional practice. *Journal of Research in Science Teaching*, 41(4), 370–391.
- Mack, N. K. (2000). Long-term effects of building on informal knowledge in a complex content domain: The case of multiplication of fractions. *The Journal of Mathematical Behavior*, 19(3), 307-332.
- NCTM (1991). Professional standards for teaching mathematics. Reston, VA: NCTM.
- Puig, L., y Cerdán, F. (1988). *Problemas aritméticos escolares*. Síntesis. Madrid.
- Resnick, L. B. (1987). Instruction and the cultivation of thinking. In E. De Corte, H. Lodewijks, & R. Parmentier (Eds.), *Learning & instruction: European research in an international context* (pp.415–442). Pergamon Press.
- Rocerau, M., Vilanova, S., Valdez, G., Oliver, M. I., Vecino, M. S., & Vivera, C. (2010). *La fracción como operador. Un complejo concepto elemental*. *Revista de Educación Matemática*, 25, 1-15.
- Shulman, L. S. (1986). Those who understand: knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, 15(2), 4-14.
- Verdugo-Perona, J. J. (2017). *Estudios sobre conocimiento disciplinar y conocimiento didáctico del contenido en ciencias del profesorado de educación primaria en formación inicial*. [Tesis de Doctorado, Universidad de Valencia, España].