



## LA PROGRAMACIÓN POR COMPETENCIAS EN LA CLASE DE MATEMÁTICAS. UN EJEMPLO: CANTIDADES NUMÉRICAS POSITIVAS Y NEGATIVAS EN 2<sup>º</sup> DE LA ESO<sup>1</sup>

Josefa Hernández Domínguez; María Muñoz Pérez

María Mercedes Palarea Medina; Raquel Ruano Barrera

Martín M. Socas Robayna

Universidad de La Laguna

### Resumen

Las programaciones de aula son actividades profesionales básicas para el profesorado. En el currículo actual de la Educación Secundaria Obligatoria en el que se opta por una enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas basados en el desarrollo de competencias (BOC, 2007b), las programaciones de aula adquieren un mayor significado profesional.

En este artículo presentamos un ejemplo de programación de aula, para los Números Enteros en 2<sup>º</sup> de la ESO, mediante el uso de un material didáctico denominado *Puzle Algebraico* (Socas, 2000), que constituye una representación semiótica autosuficiente para el objeto Número Entero en este nivel educativo. La programación se desarrollará en relación con la competencia matemática básica propia de esta etapa.

### Abstract

Class plans are basic professional activities for teachers. In the current curriculum of Compulsory Secondary Education, which has opted for the teaching and learning of Mathematics based on competence development (BOC, 2007b), class plans acquire a greater professional significance.

Here, we present an example of a class plan for Integer Numbers in the 2<sup>nd</sup> year of Compulsory Secondary Education, using a didactic material: Algebraic Puzzle (Socas, 2000), which is a self-sufficient semiotic representation for the object of the Integer Number at this educational level. Programming will be

---

<sup>1</sup> Este trabajo ha sido financiado parcialmente por el Proyecto de Investigación del Plan Nacional I+D+i del Ministerio de Ciencia e Innovación número EDU2008-05254.

developed in relation to the basic mathematical competence required at this educational level.

## **Introducción**

La transposición del currículo de Matemáticas deseado (BOC, 2007b) al currículo enseñado (Programación de aula) es una tarea fundamental en la actividad profesional del profesor. Las Competencias Básicas aparecen en la Educación Obligatoria como un nuevo componente de la estructura curricular, además de los objetivos, contenidos, métodos pedagógicos y criterios de evaluación, que el profesorado debe considerar y desarrollar en el diseño e implementación de las programaciones de aula basadas en el desarrollo de competencias básicas.

El profesorado de Matemáticas, al diseñar las programaciones de aula, debe abordar esta tarea en esta etapa educativa, a partir del conocimiento que tiene de la Matemática como disciplina científica y como parte de una cultura básica común, del conocimiento didáctico matemático y del conocimiento de la práctica educativa.

En esta actividad docente de “organización de un contenido matemático curricular como un contenido para enseñar”, es necesario poner en juego conocimientos profesionales anteriores. En esta situación surgen diferentes cuestiones, relacionadas con esta actividad por parte del profesorado, por ejemplo: ¿cómo debe relacionar variables de la tarea asociadas a los recursos de las Matemáticas y formuladas en la programación en términos de objetivos didácticos, con variables del sujeto, es decir, con las capacidades de los alumnos para movilizar estos recursos al resolver una tarea contextualizada (las competencias)? Esto conduce a una nueva pregunta en relación con las

programaciones de aula por competencias: ¿cómo redactar los objetivos didácticos en clave de competencias? A continuación, mostraremos el diseño de una programación de aula por competencias para los números enteros en 2º de la ESO y trataremos de dar respuesta a las dos preguntas anteriores refiriéndonos a la programación por competencias en relación con la competencia matemática básica, y no a cómo desarrollar desde la Competencia Matemática Básica las restantes siete competencias.

En este artículo, con la intención de mostrar los diferentes aspectos de la programación de aula y de su proceso de diseño, seguiremos un esquema de diseño de una programación de aula por competencias, compuesto por los apartados que siguen que constituirán, de hecho, los diferentes epígrafes de este artículo, al que se añadirá un séptimo sobre aspectos generales de la programación de aula propuesta:

- Justificación y descripción de la programación de aula (unidad didáctica)
- Contextualización en relación con el currículo
- Objetivos-contenidos-competencias
- Recursos y organización espacio-temporal
- Proceso de enseñanza-aprendizaje (metodología)
- Evaluación

En cada uno de los apartados se explicitará, de forma resumida, no solo el producto final, sino el proceso seguido en su obtención, así como los diferentes recursos didácticos utilizados en el diseño que derivan del Enfoque Lógico Semiótico (ELOS). Mostraremos especialmente la secuencia didáctica, en forma de actividades contextualizadas, que debe seguir el alumnado, y las diferentes

subcompetencias matemáticas involucradas en cada una de ellas.

### **Justificación y descripción de la programación de aula (unidad didáctica)**

En esta programación de aula trataremos los Números Enteros en 2º de ESO, desarrollando los diferentes significados de las cantidades positivas y negativas, así como el estudio de los distintos fenómenos (situaciones problemáticas) y funciones que organizan los números enteros en este nivel educativo. Con este propósito, se seleccionan los contenidos curriculares del bloque de números del 2º curso de la ESO y se incorporan los ya tratados en 1º con la intención de proporcionar un tratamiento cíclico y global.

Se aborda el significado y uso de los números y las operaciones en contextos reales, desarrollando no solo los esquemas operativos, sino también los esquemas semánticos asociados a las cantidades positivas y negativas que, en general, presentan dificultades en el aprendizaje de los números enteros. Se pretende proporcionar al alumnado tanto el reconocimiento como la conceptualización de las cantidades positivas y negativas como sus operaciones en situaciones problemáticas reales y cercanas al estudiante.

Tomamos también en consideración contenidos de Matemáticas del primer bloque dedicado a las estrategias, habilidades y destrezas, en el currículo de la ESO, en aquellos aspectos que tienen que ver con Estrategias

generales y heurísticos en la resolución de problemas con cantidades positivas y negativas, así como las capacidades para formular y argumentar, verbalmente y por escrito, tanto la solución obtenida como el procedimiento seguido, además de actitudes generales relacionadas con el interés, la confianza y la colaboración en la realización de tareas matemáticas con números enteros.

En esta conceptualización se considera como una necesidad cognitiva básica el uso de diferentes representaciones para estos números y las necesarias transformaciones y conversiones con ellas. En particular, se usarán tres representaciones de los números enteros a partir de situaciones problemáticas reales: digitales o simbólicas, en la recta y mediante el material didáctico Puzle Algebraico, y se explicará su uso para representar cantidades numéricas positivas y negativas, desde una perspectiva bidimensional.

De hecho, los números enteros constituyen un contenido matemático de especial dificultad para el alumnado, ya que supone un salto cualitativo del trabajo anterior con números naturales y fracciones positivas. Ahora surge el signo positivo y negativo con un nuevo significado que trasciende al significado operativo anterior. De esta manera, el signo operativo y el signo numérico se rigen por reglas algebraicas que generan, en ocasiones, conflictos con el sentido operativo anterior del signo.

En concreto, presentamos una programación de aula que toma como referencia los contenidos curriculares sobre los números enteros de 1º y 2º de la ESO, formulando las expectativas de aprendizaje en términos de la competencia matemática básica, y explicitando los contenidos curriculares seleccionados en términos de contenidos de enseñanza: conceptos, procedimientos y actitudes.

### **Contextualización en relación con el currículo**

La contextualización de la programación de aula debe organizarse en relación con el currículo, el Centro y el alumnado. En este caso, solo vamos a considerar el currículo.

Los contenidos curriculares constituyen el objeto directo de los procesos de enseñanza-aprendizaje, los identificamos directamente en el bloque o bloques

implicados en la programación. En nuestro caso, consideramos el bloque de Números de 2º curso de la ESO y tomamos, también como referencia, el bloque de Números del primer curso. Los contenidos relativos a números enteros son:

- Necesidad de los números negativos para expresar estados y cambios. Reconocimiento y conceptualización en contextos reales. Significado y usos de las operaciones con números enteros. (1<sup>er</sup> curso)

- Significado, uso y representación en la recta de los números enteros. Operaciones elementales. Potencias con exponente natural. Operaciones con potencias. Utilización de la notación científica para representar números grandes. (2º curso)

- Utilización de los números para contar, medir, codificar, expresar cantidades, particiones o relaciones entre magnitudes en diferentes contextos, eligiendo la notación y la forma de cálculo (mental, escrita o con calculadora) más adecuada para cada caso. (2º curso)

Dada la organización de los contenidos de Matemáticas en el currículo de la ESO, también nos referiremos al primer bloque dedicado a las estrategias, habilidades, destrezas y actitudes generales, que describen contenidos comunes a todos los bloques.

En esta programación tomamos en cuenta:

- Estrategias generales y técnicas de resolución de problemas.
- Interés y perseverancia en la búsqueda de soluciones a problemas.
- Formulación verbal y escrita del procedimiento seguido en la resolución de problemas.
- Valoración crítica, mediante los conocimientos matemáticos y las

posibilidades de razonamiento que estén a su alcance, de las informaciones recibidas.

- Determinación y confianza en las propias capacidades para afrontar problemas.

Una vez identificados los contenidos curriculares que podemos tratar en la programación de aula pasamos a desarrollar el siguiente apartado.

### **Objetivos-contenidos-competencias**

El modelo de programación que se presenta permite describir cada uno de sus elementos e interrelacionarlos. Desarrollaremos la secuencia didáctica “Cantidades numéricas positivas y negativas” (números enteros), usando el material didáctico denominado *Puzle Algebraico*, como hemos indicado anteriormente y un cuaderno de actividades que hemos construido para que los alumnos lo utilicen.

Este apartado constituye, un elemento esencial en el diseño de la Programación, ya que en él formularemos sus objetivos didácticos en términos de competencias, es decir, las expectativas de aprendizaje que pretendemos lograr con nuestros alumnos, mediante la secuencia didáctica *Cantidades numéricas positivas y negativas*. A efectos de simplificar, y en relación con las competencias básicas, nos vamos a referir exclusivamente a la Competencia Matemática Básica y no vamos a explicitar los diferentes entornos, en los que podemos trabajar las actividades propuestas para desarrollar diferentes aspectos de las otras siete competencias básicas. En consecuencia, el proceso de diseño de este apartado queda como sigue:

Primero: seleccionamos los Objetivos Generales (Etapa y Materia) y las Competencias Básicas, que queremos involucrar en esta programación; en este

artículo, como hemos indicado, nos vamos a referir, solamente, a la Competencia Matemática Básica.

Segundo: tomamos como referencia los Contenidos curriculares y señalaremos los que vamos a considerar de manera explícita en esta programación. Estos contenidos curriculares específicos serán analizados desde la Competencia Matemática Formal en términos de Contenidos operacionales, estructurales y procesuales; elaboramos un Mapa de los conocimientos matemáticos que queremos tratar en la Programación de aula y, a partir de él, estableceremos su relación con la Competencia Matemática Básica. Asimismo, indicamos los contenidos previos y el carácter de esta unidad, es decir, de dónde se parte, lo que se pretende avanzar en ella, y lo que queda para después.

Tercero: formulamos los objetivos didácticos de la programación y los expresamos en términos de la Competencia Matemática Básica, para terminar este apartado organizando los Contenidos en términos de Contenidos de conceptos, procedimientos y actitudes, es decir, los contenidos para la enseñanza.

### **Objetivos**

El currículo de la ESO para Canarias establece en el artículo 1 (BOC, 2007b) que *La Educación Secundaria Obligatoria contribuirá a desarrollar en los alumnos y las alumnas las capacidades que les permitan* alcanzar diversos objetivos generales. De ellos elegimos para esta programación los siguientes objetivos de esta etapa:

b) Desarrollar y consolidar hábitos de disciplina, estudio y trabajo individual y en equipo como condición necesaria para una realización eficaz de las tareas del aprendizaje y como medio de desarrollo personal.

i) Desarrollar el espíritu emprendedor y la confianza en sí mismo, la

participación, el sentido crítico, la iniciativa personal y la capacidad para aprender a aprender, planificar, tomar decisiones y asumir responsabilidades.

Análogamente seleccionamos los siguientes objetivos generales de la materia:

2) Reconocer situaciones susceptibles de ser formuladas en términos matemáticos, y analizar y emplear diferentes estrategias para abordarlas aplicando adecuadamente los conocimientos matemáticos adquiridos.

9) Mantener una actitud positiva y confianza en las propias habilidades ante la resolución de problemas.

Los objetivos generales de Etapa y Materia, se pueden relacionar; por ejemplo, en este caso, lo hacemos mediante el siguiente cuadro:

Objetivos de etapa Objetivos de materia	b) Trabajo individual y en grupo	i) Confianza en sí mismo
2) Reconocer... estrategias...	X	X
9) Actitud positiva, confianza,...	X	X

En el desarrollo de determinadas capacidades formuladas en los objetivos generales anteriores, por ejemplo, en el objetivo general (2) observamos que el alumno necesita poner en juego (movilizar) distintas capacidades que se relacionan con diferentes aspectos de la Competencia Matemática Básica que tendremos en cuenta posteriormente.

## Contenidos

Una vez elegidos los objetivos generales de Etapa y Materia, seleccionamos los contenidos curriculares relacionados con los números enteros, que se encuentran en los currículos de 1º y 2º de ESO, en la Comunidad

Autónoma Canaria. Elegimos para trabajar con este material curricular los siguientes:

- Necesidad de los números negativos para expresar estados y cambios. Reconocimiento y conceptualización en conceptos reales. Significado y uso de las operaciones con números enteros (1º ESO).

- Significado, uso y representación en la recta de los números enteros. Operaciones elementales (2º ESO).

También se considerarán los contenidos del Bloque I: Estrategias, habilidades, destrezas y actitudes generales;

- Estrategias generales y técnicas de resolución de problemas.
- Interés y perseverancia en la búsqueda de soluciones a problemas.
- Determinación y confianza en las propias capacidades para afrontar problemas, comprender las relaciones matemáticas y tomar decisiones a partir de ellas.

Una vez seleccionados los contenidos curriculares del currículo oficial, consideramos que es apropiado y necesario realizar un análisis sobre el contenido matemático curricular elegido desde la perspectiva de la disciplina Matemática y ver, desde esta organización, lo que queremos que los alumnos aprendan. Este análisis lo haremos a partir del modelo de Competencia Matemática Formal (CMF) (Socas, 2010), que nos permite elaborar un mapa de los conocimientos curriculares elegidos para trabajar, desde la perspectiva disciplinar, lo que ayudará a organizar el contenido matemático de la Programación de aula para la enseñanza.

Esta organización desde la Competencia Matemática Formal, permite

identificar, para el objeto matemático *Números Enteros*, cuáles son los conceptos, definiciones, propiedades que queremos enseñar (Estructuras); cuáles serán las operaciones, algoritmos, técnicas que deben controlar los alumnos (Operaciones) y, finalmente, los diferentes Procesos en los que se verán involucrados los números enteros en esta programación y que los alumnos tendrán que abordar, es decir, debemos concretar las sustituciones formales, las generalizaciones y las modelizaciones (Procesos). De este análisis surge el primer componente de lo que denominamos *Mapa de conocimientos curriculares* implicados en la Programación de Aula y que describe el campo conceptual de los números enteros en este nivel educativo. En esta descripción, que se expresa mediante el cuadro que sigue, debe entenderse que se dan tres relaciones fundamentales: operaciones y procesos, operaciones y estructuras, y operaciones y procesos a través de las estructuras (Socas, 2010).

**Procesos**

- Sustitución formal (Cambios de representaciones)
- Generalización
- Modelización

**Operaciones**

- Ordenar números enteros
- Comparar números enteros
- Cálculo del opuesto
- Cálculo del valor absoluto
- Operaciones elementales
- Regla de los paréntesis
- Regla de los signos
- Jerarquía de las operaciones
- Uso de paréntesis

**Estructuras**

- Número entero
- Opuesto de un número entero
- Valor absoluto
- Operaciones con números enteros (suma, resta y multiplicación)
- Propiedades
- Elemento neutro
- Cero

Ahora bien, el desarrollo de estos conocimientos y sus necesarias relaciones se llevará a cabo en un contexto determinado, en el que debemos explicitar las situaciones problemáticas que queremos utilizar, que en esta programación serán tanto aditivas como multiplicativas, relaciones de igualdad y desigualdad numérica y de cantidades para su verificación y la invención de problemas. También debemos considerar el tipo de representaciones que vamos a utilizar, así como las transformaciones y conversiones entre estas representaciones, que denominamos (Escritura) y, finalmente, los diversos modos de argumentación en los que queremos involucrar a nuestros alumnos (Razonamiento). En esta programación se utilizarán argumentaciones y razonamientos comparativos, algunos heurísticos como ensayo-error o analogía. Todo ello se puede expresar de forma esquemática mediante el cuadro que sigue,

### **Escritura y razonamiento**

#### **Escritura**

- Representaciones digitales (numeración decimal)
- Representaciones analógicas (puzle algebraico, recta numérica)
- Actividades con la hoja de cálculo

#### **Razonamiento**

- Conversiones entre representaciones
- Razonamientos comparativos
- Heurísticos: Ensayo y error, Analogía

#### **Situaciones problemáticas**

- Problemas aditivos
- Problemas multiplicativos
- Relaciones de igualdad y desigualdad
- Invención de problemas

que determina el contexto en el que se desarrollan los objetos números enteros en

esta programación de 2º de la ESO:

### **Competencias básicas**

Las competencias básicas constituyen un elemento clave en la estructura curricular y es esencial en la formulación de una programación de aula. Son, en la actualidad, en el marco de la LOE, uno de los elementos centrales del funcionamiento del sistema educativo, sin ellas no se entendería una propuesta actual de aprendizaje efectivo, además de cognoscitivo y significativo. Es decir, permiten caracterizar, de manera precisa, la formación que deben recibir los estudiantes para ser efectiva.

Las competencias básicas, al igual que los contenidos y los objetivos, tienen, también, tres niveles de referencia en la programación de aula: de manera general, en relación con la materia (Matemáticas) y de forma específica. En esta programación de aula nos vamos a referir a los tres niveles, pero solo lo desarrollaremos, en relación con la Competencia Matemática Básica.

Se trata, no obstante, de una Programación de aula adecuada para trabajar con los alumnos las siguientes competencias básicas: la competencia matemática, la competencia lingüística, la competencia de conocimiento e interacción con el mundo físico y la competencia social y ciudadana.

#### **Competencia Matemática Básica**

En esta Programación de aula, de las cuatro competencias citadas, consideraremos únicamente la Competencia Matemática Básica. Se trata de caracterizar al alumno que es capaz de movilizar diferentes recursos matemáticos para enfrentarse a nuevos problemas o solucionar problemas de la vida cotidiana. En el caso de la ESO de la Comunidad Autónoma de Canarias, el currículo de

Matemáticas describe la contribución de la materia Matemática a las competencias básicas, en particular, a la competencia matemática básica (BOC, 2007b), que recogemos en el cuadro siguiente y que organizamos mediante descriptores en términos de capacidades asociadas a la Competencia Matemática Básica.

Competencia Matemática (Cultura Matemática) (OCDE)	Competencias Matemáticas	Descriptores en términos de capacidades asociadas a la competencia matemática básica (BOC 2007b)
	Pensar y razonar <b>PR</b> Argumentar <b>A</b> Comunicar <b>C</b> Modelar <b>M</b> Plantear y resolver problemas <b>RP</b> Representar <b>R</b> Utilizar el lenguaje simbólico, formal y técnico y las operaciones <b>LS</b> Uso de herramientas y recursos <b>H</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Solucionar problemas de la vida cotidiana. RP, M</li> <li>- Tener la voluntad de que con la herramienta matemática se pueden solucionar algunos de ellos. PR</li> <li>- Desarrollar (contexto; resolución de problemas) elementos de razonamiento matemático: Interpretaciones, argumentaciones. A</li> <li>- Aplicar y adoptar gran variedad de estrategias para la resolución de problemas. A, RP</li> <li>- Buscar herramientas matemáticas adecuadas para la resolución de problemas. A, RP</li> <li>- Integrar al conocimiento matemático con el de otras materias y situaciones de la vida cotidiana. H</li> <li>- Comprender y manejar distintos tipos de números. PR, A, RP, R, LS</li> <li>- Dominar y comprender el uso de recursos operatorios. LS</li> <li>- Identificar y describir regularidades. A, M, R</li> <li>- Usar modelos matemáticos para representar y comprender relaciones cuantitativas y patrones. C, M, R</li> <li>- Usar la visualización, el razonamiento espacial y la modelización geométrica para resolver problemas. A, M, RP, R</li> <li>- Formular preguntas. PR, C</li> <li>- Recoger, organizar y presentar datos relevantes para responderlas. A, RP, R</li> </ul>

Para identificar y codificar, a efectos docentes, la Competencia Matemática Básica, se ha optado por utilizar, tal como ha hecho PISA, las ocho

subcompetencias matemáticas: Pensar y razonar (PR), Argumentar (A), Comunicar (C), Modelar (M), Plantear y resolver problemas (RP), Representar (R), Utilizar el lenguaje simbólico, formal y técnico y las operaciones (LS), Uso de herramientas y recursos (HT), que, en su forma actual, describe la competencia Matemática, según Niss et al. (1999), y para su organización como contenido matemático para la enseñanza, el modelo de competencia matemática formal (Socas, 2010).

Establecida la organización de las competencias básicas de forma general y en relación con la materia (Matemáticas), dejaremos para más adelante su formulación específica en esta programación de aula.

Describimos a continuación, a partir de los contenidos previos, lo que denominamos el carácter de la Unidad desde la perspectiva de los contenidos curriculares, es decir, lo que se pretende avanzar y lo que queda para después en esta programación de aula sobre cantidades positivas y negativas en 2<sup>º</sup> de la ESO.

### **Contenidos previos**

Los números enteros son un contenido matemático que tiene su tratamiento principal en la ESO, aunque en Primaria hay una introducción, en el tercer ciclo:

1.2 Números positivos y negativos significativos en contextos reales y familiares y representación en una recta numérica analógica.

1.5 Ordenación de números enteros... y localización en la recta numérica.

El criterio de evaluación el siguiente: *Utilizar en contextos cotidianos la lectura, escritura y ordenación de... números enteros..., razonando su valor, criterio de formación y de secuenciación* (BOC, 2007a).

### **Carácter de la programación (lo que se pretende avanzar)**

En esta programación pretendemos que los alumnos aprendan el significado, uso y representación de los números enteros en la escritura decimal,

en el Puzzle algebraico y en la recta numérica y que sean capaces de interpretar y realizar las operaciones elementales (suma, resta, multiplicación) y sus propiedades y aplicarlas a situaciones problemáticas.

### **Lo que queda para después**

En esta programación no abordamos la división de los números enteros, ni las potencias y hay un uso limitado de su aplicación a contextos reales.

### **Objetivos didácticos**

La formulación de los objetivos didácticos (específicos) en una programación de aula constituye uno de los ejes centrales de la propuesta, puesto que lo que determinamos son las expectativas de aprendizaje de los alumnos y las formulamos en término de las capacidades que esperamos que desarrollen. En este caso, además, los objetivos deben estar expresados en relación con las competencias básicas. Determinamos en primer lugar los objetivos didácticos y expresamos a continuación su relación con la Competencia Matemática Básica.

Para enunciar los objetivos específicos de la Unidad u objetivos didácticos, que constituyen el tercer nivel de referencia de los objetivos, debemos tener en cuenta los objetivos generales de la Etapa y Materia (primer y segundo nivel, respectivamente) ya seleccionados, los contenidos curriculares y formales, identificados para esta unidad y organizados en un mapa de los conocimientos implicados, la competencia matemática que queremos desarrollar y, por último, los criterios de evaluación.

Especificamos, ahora, los criterios de evaluación, que para este contenido curricular de 2º de ESO, se concretan en:

*Resolver problemas que involucren operaciones y propiedades con números enteros... relacionados con la vida diaria.*

*Se trata de valorar la capacidad del alumnado para identificar los números en un contexto de resolución de problemas, utilizarlos siendo consciente de su significado y propiedades, elegir la forma de cálculo más apropiado (mental, escrita o con calculadora), operar con ellos y estimar la coherencia y precisión de los resultados obtenidos contrastándolos con la situación de partida (BOC, 2007b).*

El análisis y la relación de los elementos curriculares anteriores, permite estar en disposición de enunciar los objetivos específicos (didácticos), y describir las expectativas de aprendizaje en relación con los números enteros en esta programación de aula:

1. Identificar situaciones cotidianas y representarlas con cantidades numéricas positivas y negativas (números enteros) mediante la escritura decimal y el Puzzle Algebraico (pieza unidad positiva y negativa).

2. Describir situaciones en las que se usen números enteros.

3. Representar números enteros en la recta real.

4. Ordenar números enteros.

5. Conocer y calcular el opuesto de un número entero.

6. Reconocer el cero como elemento neutro de la adición y aprender (descubrir procedimientos) a generar ceros.

7. Conocer y calcular el valor absoluto de un número entero.

8. Realizar operaciones aditivas con números enteros.

8.1 Realizar la operación de sumar desarrollando la idea de suma como juntar y añadir.

8.2 Realizar la operación de restar desarrollando la idea de resta como quitar o extraer.

8.3 Realizar la operación de restar desarrollando la idea de resta como suma del opuesto.

9. Realizar operaciones multiplicativas con números enteros.

9.1 Realizar la operación de multiplicar desarrollando la idea de multiplicación como suma repetida.

9.2 Realizar la operación de multiplicar desarrollando la idea de multiplicación como área de un rectángulo.

10. Establecer y comprobar las propiedades aditivas y multiplicativas de los números enteros (conmutativa, asociativa, distributiva de la multiplicación respecto de la suma).

11. Representar y realizar operaciones combinadas con cantidades positivas y negativas.

12. Enunciar y resolver problemas aditivos y multiplicativos.

Establecidos los objetivos didácticos, hemos de expresarlos en términos de la Competencia Matemática Básica, es decir, debemos establecer la relación entre ellos y los diferentes aspectos de la Competencia Matemática Básica que queremos desarrollar. Utilizaremos para ello el conocimiento técnico que deriva de la herramienta descrita anteriormente para la Competencia Matemática (Niss et al., 1999). En esta Programación de aula, la relación entre las expectativas de aprendizaje y la Competencia Matemática Básica, queda determinada en el siguiente cuadro.

		<b>PR</b>	<b>A</b>	<b>C</b>	<b>M</b>	<b>RP</b>	<b>R</b>	<b>LS</b>	<b>HT</b>
<b>1</b>	Identificar situaciones cotidianas y representarlas con cantidades numéricas positivas y negativas	<b>x</b>	<b>x</b>	<b>x</b>			<b>x</b>	<b>x</b>	

		PR	A	C	M	RP	R	LS	HT
	(números enteros) mediante la escritura decimal y el Puzle Algeb. (pieza unidad positiva y negativa)								
2	Describir situaciones en las que se usen números enteros			x	x				
3	Representar números enteros en la recta real	x					x	x	
4	Ordenar números enteros	x					x	x	
5	Conocer y calcular el opuesto de un número entero	x					x	x	
6	Reconocer el cero como elemento neutro de la adición y aprender (descubrir procedimientos) a generar ceros	x						x	
7	Conocer y calcular el valor absoluto de un número entero	x					x	x	
8	Realizar operaciones aditivas con números enteros	x		x	x	x		x	
9	Realizar operaciones multiplicativas con números enteros	x			x	x		x	
10	Establecer y comprobar las propiedades aditivas y multiplicativas de los números enteros (conmutativa, asociativa, distributiva de la multiplicación respecto de la suma)	x		x					
11	Representar y realizar operaciones combinadas con cantidades positivas y negativas	x						x	
12	Enunciar y resolver problemas aditivos y multiplicativos			x	x	x		x	

Queda por establecer, ahora, los contenidos matemáticos para la enseñanza, estos se organizan a partir de la competencia matemática formal (Socas, 2010), desde tres perspectivas: conceptuales (estructuras), procedimentales (Operaciones

y procesos) y actitudinales, que serán desarrollados en los contextos descritos anteriormente en el mapa de los conocimientos de la Unidad.

### **Contenidos conceptuales**

- Significado de los números enteros.
- Orden y representación en la recta.
- Valor absoluto de un número entero.
- Las operaciones (suma, resta y multiplicación).
- Propiedades de las operaciones.

### **Contenidos procedimentales**

- Representar en la recta numérica y con el Puzle Algebraico los números enteros
- Ordenar y comparar números enteros.
- Realizar sumas, restas y multiplicaciones con números enteros.
- Utilizar la jerarquía y de las propiedades de las operaciones en cálculos escritos.
- Usar las operaciones con números enteros para resolver problemas matemáticos.

### **Contenidos actitudinales**

- Valorar la importancia de los números enteros para representar situaciones reales.
- Desarrollar sensibilidad, interés y valoración crítica ante las informaciones y mensajes de naturaleza numérica.

- Mostrar confianza en las propias capacidades para afrontar problemas y realizar cálculos.

### **Recursos y organización espacio-temporal**

Establecidos los contenidos de enseñanza, en este apartado analizamos, los recursos y la organización espacio-temporal de la programación.

La secuencia de aprendizaje y enseñanza que se propone, se estructura en forma de fichas y se organiza en un cuadernillo (ver Anexo, Domínguez y otros, 2007). Ha sido diseñada entendiendo que el proceso constructivo del aprendizaje matemático pasa por un proceso de pensamiento individual, que guiamos en cada ficha, y que se enriquece con espacios destinados a las puestas en común. Por otra parte, no se ha perdido de vista que trabajar diferentes formas de representación del concepto matemático enriquece el concepto que aprende el alumno. Además, la secuencia de actividades fuerza el paso del lenguaje natural al lenguaje matemático que, en esta ocasión, se expresa en la escritura decimal, en la escritura mediante el Puzle y en la representación en la recta numérica.

De todo lo anterior se deduce una propuesta de organización de aula que respeta los espacios individuales, para que en determinados momentos se pueda reforzar la idea de que los procesos de pensamiento en la toma de registro tienen que ser propios de cada sujeto y para que cada alumno interiorice el conocimiento y que además permita el trabajo en equipo.

### **Proceso de enseñanza-aprendizaje (Metodología)**

En este apartado nos ocupamos de la descripción, de manera general, del

proceso de enseñanza aprendizaje (metodología), que debe ser considerada en tres niveles de referencia: El primero lo constituyen las orientaciones metodológicas generales que se describen en el currículo de la ESO. El segundo se formula en la programación de aula y se organiza como orientaciones metodológicas al profesor, en la que se explicitan las estrategias de enseñanza del profesorado, y en orientaciones al alumnado, en la que se explicitan las estrategias de aprendizaje. El tercero lo constituyen las actividades.

### **Orientación al profesor (Estrategias de enseñanza)**

Las estrategias de enseñanza, en esta programación de aula tienen como punto de partida el planteamiento de situaciones problemáticas reales para las cantidades positivas y negativas, el conocimiento de las ideas previas del alumnado en relación con el uso y el significado de los números naturales y fracciones positivas y las orientaciones del profesorado para facilitar a los estudiantes la construcción con significado de los números enteros, sus operaciones y procesos en un contexto de resolución de problemas, que permita el uso de diferentes representaciones de los números enteros así como su uso para argumentar y razonar numéricamente.

Se han seleccionado y diseñado diferentes actividades en forma de secuencia de aprendizaje que permiten al alumnado:

- Conseguir los objetivos didácticos y desarrollar la Competencia Matemática Básica.
- Aprender significativa y efectivamente.
- Implicarse con el medio (entorno, realidad).
- Participar activamente de forma individual y en el grupo.

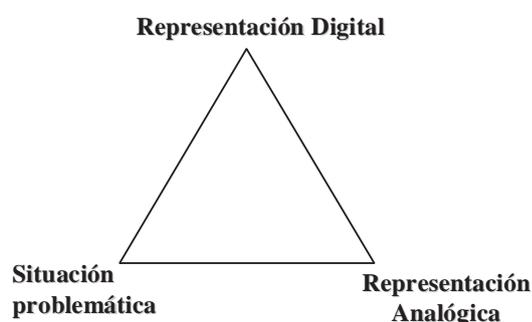
### **Orientación al alumnado (Estrategias de aprendizaje)**

La secuencia de aprendizaje diseñada se sustenta en un proceso constructivo de éste que parte de una situación problemática en la que están involucradas las cantidades positivas y negativas, en la que estos objetos numéricos pueden escribirse mediante representaciones digitales (sistema de numeración decimal) y analógicas (puzle algebraico y recta numérica), de modo que los alumnos realizan sustituciones formales entre las representaciones, así como transformaciones y conversiones. Este proceso constructivo facilita, a nuestro entender, una disposición positiva y un acercamiento progresivo hacia las Matemáticas que respeta los ritmos individuales de aprendizaje.

En resumen, los principios de aprendizaje utilizados se pueden concretar en:

- Propiciar la resolución de situaciones problemáticas mediante el trabajo individual o en pequeño grupo.
- Dichas situaciones deben estar **CONTEXTUALIZADAS** y su realización debe posibilitar las **REPRESENTACIONES ANALÓGICAS Y DIGITALES**, así como las transformaciones y conversiones entre ellas.

De forma esquemática los podemos representar como sigue:



El esquema anterior expresa que el punto de partida son las situaciones problemáticas y que éstas pueden abordarse tanto en representaciones analógicas o digitales del objeto tratado, mediante transformaciones en la representación elegida, como mediante conversiones entre dichas representaciones.

### **Actividades**

El cuadernillo se organiza con actividades iniciales para facilitar la representación de las cantidades positivas y negativas con el puzle, de avance o desarrollo y de cierre o evaluación. También se incluyen actividades que pueden ser utilizadas para refuerzo o profundización, dirigidas a algunos alumnos.

El cuadernillo se estructura de manera general mediante fichas de trabajo o tareas, una por página. Cada ficha puede tener una o varias actividades.

A lo largo de todo el cuadernillo nos encontramos con dos tipos de fichas: el primero contiene fichas guiadas en las que se plantean actividades parcialmente resueltas. El segundo, fichas de actividades sin guiar, en las que los alumnos ponen en práctica los conocimientos adquiridos.

Se presentan también tres actividades de historia, una por ficha:

- Formas de expresión de los números negativos en distintas culturas (China, India).

- Explicación de los algoritmos de las operaciones en la obra del hindú Brahmagupta (628) y el tablero de cálculo chino.

- Aparición de los números negativos y denominación del conjunto  $\mathbb{Z}$ .

Por último, se presentan cuatro fichas finales bajo la denominación: “Resolviendo problemas”, que contienen un total de 13 actividades.

Cada ficha o tarea está caracterizada, además de por la situación problemática de partida, por tres aspectos esenciales de ésta:

- Los recursos y materiales didácticos que se van a utilizar.
- La relación con los objetivos, los contenidos y la Competencia Matemática Básica.
- La metodología, forma de trabajo (individual o grupal).

En el siguiente cuadro de doble entrada se recogen las 14 sesiones de la programación de aula, se aporta una organización global de éstas y se destacan los aspectos más significativos de cada una de las sesiones: actividades, contenidos, objetivos didácticos y competencia matemática, implicadas en cada sesión.

Sesión	Actividad	Contenido	Objetivo didáctico	Competencia
1 <sup>a</sup>	Páginas 8 a 11	Representación en la escritura decimal y con el puzle algebraico cantidades positivas y negativas.	1. Identificar situaciones cotidianas y expresarlas con números enteros. 1. Representar números enteros mediante el puzle algebraico. 2. Describir situaciones en las que se usen números enteros.	PR, A, C, M, R, LS
2 <sup>a</sup>	Páginas 12 a 14	Relacionando cantidades positivas y negativas.	5. Conocer y calcular el opuesto de un número entero. 6. Aprender a generar ceros.	PR, LS
3 <sup>a</sup>	Páginas 15 a 20	Relacionando cantidades positivas y negativas.	3. Representar números enteros en la recta real. 7. Conocer y calcular el valor absoluto de un número entero. 4. Ordenar números enteros. 1. Identificar situaciones cotidianas y expresarlas con números enteros.	PR, A, C, M, R, LS

*La programación por Competencias en la clase de Matemáticas. Un ejemplo: cantidades numéricas positivas y negativas en 2º de la ESO*

Sesión	Actividad	Contenido	Objetivo didáctico	Competencia
			2. Describir situaciones en las que se usen números enteros.	
4ª y 5ª	Páginas 21 a 23 Páginas 24 a 26	Operaciones aditivas con cantidades numéricas positivas y negativas. La suma.	8.1 Realizar operaciones aditivas con cantidades numéricas positivas y negativas utilizando la idea de suma como juntar y añadir. 1. Identificar situaciones cotidianas y expresarlas con números enteros. 2. Describir situaciones en las que se usen números enteros.	PR, A, C, M, R, LS
6ª	Páginas 27 a 29	Operaciones aditivas con números enteros. La resta.	8.2 Realizar operaciones aditivas con cantidades numéricas positivas y negativas, utilizando la idea de restar como quitar o extraer. 8.3 Realizar operaciones aditivas con cantidades numéricas positivas y negativas, utilizando la idea de resta como suma del opuesto.	PR, LS
7ª	Páginas 30 a 33	Operaciones multiplicativas con cantidades numéricas positivas y negativas.	9.1 Realizar operaciones multiplicativas con cantidades numéricas positivas y negativas, utilizando la idea de multiplicación como suma reiterada. 1. Identificar situaciones cotidianas y expresarlas con números enteros. 2. Describir situaciones en las que se usen números enteros.	PR, A, C, M, R, LS
8ª	Páginas 34 a 35	Operaciones multiplicativas con cantidades numéricas positivas y negativas.	9.2 Realizar operaciones multiplicativas con cantidades numéricas positivas y negativas, utilizando la idea de multiplicación como área de un rectángulo.	PR, LS

Sesión	Actividad	Contenido	Objetivo didáctico	Competencia
9 <sup>a</sup>	Páginas 36 a 40	Propiedades de las operaciones con cantidades positivas y negativas.	10. Comprobar la propiedad conmutativa de la adición y de la multiplicación.	PR, C
10 <sup>a</sup>	Páginas 41 a 44	Propiedades de las operaciones con cantidades positivas y negativas.	10. Comprobar la propiedad asociativa de la adición y de la multiplicación.	PR, C
11 <sup>a</sup>	Páginas de la 45 a la 49	Propiedades de las operaciones con cantidades positivas y negativas.	10. Comprobar la propiedad distributiva de la multiplicación respecto de la adición. Reconocer el elemento neutro de la adición y de la multiplicación.	PR, C
12 <sup>a</sup>	Páginas de la 50 a la 51	La jerarquía de operaciones y operaciones combinadas con números enteros.	11. Representar y realizar operaciones combinadas con cantidades positivas y negativas.	PR, LS, HT
13 <sup>a</sup> y 14 <sup>a</sup>	Páginas de la 52 a la 55	Resolución de problemas	12. Enunciar problemas aditivos y multiplicativos. 12. Resolver problemas aditivos y multiplicativos.	M, RP, LS

En la columna “Actividad”, se expresan las diferentes fichas que ocupan esa sesión y se indican mediante el número de la página (una ficha por página) que se adjuntan en este trabajo como Anexo.

Las actividades iniciales son las primeras actividades de este material curricular y están dirigidas a que los alumnos conozcan y se familiaricen con la representación de las cantidades positivas y negativas en el Puzzle algebraico, es decir, las piezas unidad positiva y negativa. En el cuadernillo (ver Anexo) estas fichas de trabajo van de la página 8 a la 11, en las que el alumnado además de familiarizarse con el puzzle y sus reglas, sirve de repaso de algunos conceptos previos.

Las actividades de avance o desarrollo de la programación se sitúan desde la página 12 a la 55 del cuadernillo; entre estas actividades, especialmente las propuestas desde las páginas 51 a la 55 se pueden seleccionar actividades de extensión y evaluación.

### **Consideraciones finales**

Se ha descrito una propuesta de programación de aula por competencias (unidad didáctica) para los números enteros en 2º de la ESO, resaltando los conocimientos, teóricos y técnicos, matemáticos y didácticos matemáticos que ha sido necesarios movilizar (competencia profesional) para diseñar la programación de aula. En este sentido, queremos resaltar que en la mayoría de los casos que se propone elaborar una programación de aula por competencias, esta propuesta de formulación se presenta como un compendio sistematizado de los aspectos referidos a la planificación y al desarrollo del proceso de enseñanza y aprendizaje. En este planteamiento, después del apartado que hace referencia al contexto, el punto siguiente que se trata es el de los objetivos didácticos, que se sugieren que sean redactados en clave competencial. Las preguntas que surgen son obvias: ¿Qué significa y cómo redactar los objetivos didácticos en clave de competencias? ¿Qué significa y cómo debemos relacionar variables de la tarea (contenidos y objetivos) con variables del sujeto (competencias)? ¿Qué significa y cómo formula el profesor las expectativas de aprendizaje en clave competencial? La formulación de los objetivos didácticos en términos de la Competencia Matemática Básica que es la programación descrita, ha necesitado de un procedimiento de análisis operativo, fundamentado tanto en el conocimiento teórico como técnico de los diferentes elementos y relaciones entre ellos, que se dan en el diseño de la programación.

En este sentido, se ha diseñado una programación de aula por competencias: “Cantidades numéricas positivas y negativas en 2º de la ESO” en la que hemos formulado las expectativas de aprendizaje de los alumnos en términos de la Competencia Matemática Básica, mostrando la secuencia de actividades diseñada para el trabajo de los alumnos, contextualizadas en relación con: Objetivos-Contenidos-Competencia Matemática Básica y se ha descrito el proceso de construcción de los distintos elementos que caracterizan la estructura de la programación de aula mediante el uso de diferentes herramientas operativas que puede utilizar el profesorado de Matemáticas para la elaboración de otros diseños de programación de aula como, por ejemplo, el modelo de Competencia Matemática Formal (CMF), conocimiento técnico, que facilita la formulación de las expectativas de aprendizaje de esta programación de aula a partir del contenido curricular y de su relación con los objetivos generales de la materia y de la etapa, los criterios de evaluación y la Competencia Matemática Básica.

La secuencia de enseñanza presentada en este cuadernillo se apoya en las situaciones problemáticas, como punto de partida, para propiciar que los objetos matemáticos y sus propiedades, que permiten entender y resolver la situación problemática, puedan ser utilizados en diferentes representaciones, digitales (sistema de numeración decimal) y analógicas (puzle algebraico y recta numérica), de modo que el alumno debe realizar, además de las transformaciones en la representación correspondiente, las correspondientes conversiones entre las diferentes representaciones, lo que le debe ayudar a una comprensión más significativa y efectiva del objeto número entero y sus propiedades.

En relación con el diseño de las fichas, éstas obligan a la toma de registro del proceso de pensamiento por parte del alumnado, enfatizando la necesidad de sistematizar el conocimiento y el método de trabajo. Es importante no abandonar

dicha toma de registro.

Las diferentes implementaciones de este diseño en el sistema educativo por el equipo de trabajo han puesto de manifiesto las ventajas didácticas que se dan en el uso coherente de la propuesta. Solo nos queda indicar, por ejemplo, que dicha propuesta genera en el alumno una disposición favorable hacia el aprendizaje de las Matemáticas que incide favorablemente en el proceso constructivo del conocimiento numérico, lo que permite respetar los distintos procesos de aproximación al conocimiento matemático.

Por último, se resalta que es ésta una propuesta de experimentación con los números, de manera significativa y efectiva, que permite comprender las operaciones desde distintas perspectivas y que inicia la transición al pensamiento algebraico a partir de los números enteros pues los alumnos, han de manejar, progresivamente, símbolos y expresiones numéricas.

### **Referencias bibliográficas**

- BOC (2007a) (Boletín Oficial de Canarias núm. 112, de 6 de junio). *Decreto 126/2007, de 24 de mayo, por el que se establece la ordenación y el currículo de la Educación Primaria en la Comunidad Autónoma de Canarias.*
- BOC (2007b) (Boletín Oficial de Canarias núm. 113, jueves 7 de junio de 2007). *Decreto 127/2007, de 24 de mayo, por el que se establece la ordenación y el currículo de la Educación Secundaria Obligatoria en la Comunidad Autónoma de Canarias.*
- Domínguez, E.; Hernández, J.; Muñoz, M.; Palarea, M. M.; Ruano, R.; Socas, M. M. (2007). *Puzle Algebraico. Secuencia didáctica: Cantidades numéricas positivas y negativas.* Departamento de Análisis Matemático. Universidad de La Laguna.
- Niss, M. et al. (1999). Competencies and Subject Description. *Uddanneise*, 9, pp. 21-29.

Socas, M. M. (2000). *Guía del Puzle Algebraico*. La Laguna: Campus.

Socas, M. M. (2010). Competencia matemática formal. Un ejemplo: el Álgebra escolar. *Formación del Profesorado e Investigación en Educación Matemática X*, pp. 9-42.