



GRÁFICAS ESTADÍSTICAS: COMPRENSIÓN E IMPLICACIONES EN LA ENSEÑANZA

José Carlos Carrión Pérez
Universidad de Las Palmas de Gran Canaria

María Candelaria Espinel Febles
Universidad de La Laguna

Resumen

Se muestra una revisión de algunas investigaciones que han dictaminado cuáles son los comportamientos y los factores relacionados con la comprensión de las gráficas estadísticas. Posteriormente, en el marco de tales trabajos, se analizan los resultados de una prueba diseñada inicialmente para niños de 11 a 12 años que se ha pasado a dos grupos distintos de estudiantes de Magisterio, uno previo y otro posterior al desarrollo de los contenidos en Estadística de sus programas docentes. Se concluye en general que los resultados son satisfactorios, si bien se detectan errores coincidentes con los encontrados en los grupos escolares de Educación Primaria

Abstract

We show with this paper a review of some investigations about students' attitudes and factors related to the comprehension of graphs. Taking into account those ideas as a starting basis, we present an analysis of results taken from a test, given originally to 11 to 12 year old students, and later to two groups of university students studying to be Primary School Teachers; one group did the test before working statistical contents in class, and the other group did it afterwards. We conclude that results are satisfactory in general but, some errors are detected, and are similar to errors made by students in Primary Schools.

Algunas reflexiones sobre gráficas estadísticas y su instrucción

A continuación se realiza una revisión, traducción y reflexión acerca de varios trabajos de investigación sobre comprensión de gráficas estadísticas, de los comportamientos y de los factores que influyen en ella, así como las implicaciones en su enseñanza. Con posterioridad se analizan los datos obtenidos de una prueba diseñada para el análisis de la comprensión gráfica en la Educación Obligatoria, que se ha pasado a grupos de estudiantes de Magisterio.

El artículo de Friel, Curcio y Bright (2001), *Making sense of graphs: critical factors influencing comprehension and instructional implications* muestra una recopilación de los resultados de numerosos trabajos de investigación sobre construcción y uso de gráficos estadísticos, identifica los factores que influyen en la comprensión de los gráficos y señala algunas implicaciones instruccionales. Los autores definen la comprensión gráfica y consideran cuatro factores críticos que parecen afectarle.

En relación con la *comprensión gráfica* se identifican tres comportamientos con los que está relacionada, que tienen que ver con lo que se ha denominado “capacidad de alfabetización” o capacidad de utilizar información escrita para desenvolverse en la sociedad. Los tres comportamientos a los que se hace referencia son traducción, interpretación y extrapolación e interpolación.

Para los comportamientos mencionados en el proceso de comprensión gráfica, que se ha definido históricamente como *la lectura e interpretación de gráficos*, han sido categorizados tres niveles: un *nivel elemental*, orientado a la extracción de datos de un gráfico, un *nivel intermedio* caracterizado por la interpolación y búsqueda de relaciones en los datos que se muestran en un gráfico y un *nivel avanzado* que requiere la extrapolación de datos y el análisis de relaciones implícitas en el gráfico.

Estos tres niveles se han presentado por Curcio (1987) en sucesivas investigaciones y están relacionados con la noción de “cuestionar los datos” ya que han llevado a fijar por niveles el tipo de cuestiones sobre gráficos:

- a. *Leer los datos (cuestiones directas)*, plantea cuestiones explícitas y específicas para las que las respuestas vienen directamente de la representación de los datos.
- b. *Leer entre los datos (cuestiones derivadas)*, se establecen cuestiones cuya respuesta depende de la interpolación y la búsqueda de relaciones en los datos, haciendo comparaciones entre los valores, o aplicando operaciones aritméticas.
- c. *Leer mas allá de los datos (cuestiones por inferencia)*, las cuestiones relacionadas con este nivel dan respuestas que dependen de inferir conclusiones a partir de los datos. Este nivel envuelve extrapolaciones, predicciones y generalizaciones de los datos.

Algunos autores, según las referencias anteriormente citadas, concluyen que los estudiantes experimentan pocas dificultades en cuestiones sobre *leer los datos*, pero cometen errores en la interpretación e integración de los datos en el gráfico en el nivel intermedio, *leer entre los datos*; sin embargo, parece que el grado de éxito en aspectos referentes a los niveles elemental e intermedio están en función de factores relacionados con el tipo de gráfico trabajado, la familiaridad con su uso, novedad o carácter intuitivo de los mismos.

A veces en lugar de comprensión gráfica también se dice tener sentido gráfico, cuando se abarca la lectura e interpretación de los gráficos en situaciones de la vida real, por ejemplo, periódicos y otros medios de comunicación. Y también, construir los gráficos que mejor convengan con los

datos, aunque este aspecto pasa a un nivel secundario conforme aumenta el apoyo en las tecnologías informáticas para el proceso de construcción.

Por otro parte, los autores como Friel y otros (2001) consideran cuatro factores críticos que influyen en la comprensión de los gráficos: la necesidad de usar gráficos, las características de la tarea propuesta, las características disciplinarias y las características del lector de la gráfica. Para el primero de los factores, la necesidad de usar gráficos, el objetivo instruccional se centra en la construcción de varios tipos de gráficas por los estudiantes, por ejemplo: pictogramas, gráficos de líneas, de barras, sectores e histogramas.

En relación con las implicaciones instruccionales en la comprensión gráfica, este trabajo referencia a varios autores que proponen que el sentido gráfico se desarrolla gradualmente cuando se van creando gráficas y se usan otras ya diseñadas, en una variedad de contextos de resolución de problemas que aborden el tratamiento de datos. Los profesores deben considerar el dejar al alumno esforzarse en la organización y búsqueda de sentido de la información, antes de introducir el trabajo formal con los tipos de gráficos tradicionales.

El siguiente esquema recoge la evolución en los contenidos curriculares para el bloque de Análisis de Datos y el desarrollo de la comprensión gráfica en los estándares del NCTM (2000), desde los grados K (3-6 años, 2º ciclo de Educación Infantil) hasta el grado 8 (13-14 años, 2º curso de ESO):

- *Grados K-2* (3-8 años, 2º ciclo de Ed. Infantil y 1er ciclo de Educación Primaria): Objetos gráficos, pictogramas, diagramas de puntos, gráficos de barras (con el uso de cuadrículas para facilitar la lectura; etiquetado de las barras con números)

- *Grados 3-5* (8-11 años, 2º y 3er ciclo de Educación Primaria): Gráficos de barras (múltiples y acumuladas), diagramas de tallo-hojas, gráficos de sectores (con énfasis en su lectura)
- *Grados 6-8* (11-14 años, 1er ciclo de ESO): Gráficos de sectores (lectura y construcción), histogramas, diagramas de cajas, gráficos de líneas.

El desarrollo del conocimiento matemático debería progresar a lo largo de un continuo desde el nivel K (*Kindergarten*) hasta el grado 8, al igual que la complejidad de los datos. Aunque esta regla de aumento de la complejidad puede ser algo flexible; por ejemplo, algunos tipos de gráficos como los de sectores o los de diagramas de tallo-hoja se podrían introducir con anterioridad de manera informal.

En general se destaca que, para que los estudiantes adquieran un conocimiento adecuado sobre los gráficos y su utilización con eficacia, necesitan disponer de un material instruccional cuidadosamente construido, que permita la comprensión de las pautas en el diseño de gráficos o manipular la información leída de un gráfico a partir de comparaciones y cálculos.

También se señala que los profesores necesitan incrementar su conocimiento sobre los gráficos y cómo enseñar gráficos, especialmente por el hecho de que éstos no han podido tener experiencias adecuadas de desarrollo profesional para aprender a cómo interpretar mejor los datos presentes en un gráfico o cómo ayudar a desarrollar estas estrategias en sus estudiantes, debido a que esta parte del currículo sólo ha pasado recientemente a ser una parte importante en la educación elemental. Según Perry y Kader (2004), para reducir lagunas en la comprensión estadística del maestro, su preparación estadística requiere diversos puntos de atención:

En el curriculum, lo que permite una conexión directa entre la estadística presentada por el maestro y la estadística que se trabaja en clase;

Pedagógica, necesaria para que el maestro aprenda la estadística de la misma manera que ellos la practicarán posteriormente en sus clases;

En los discentes, para que los profesores comprendan la diversidad en las percepciones estadísticas por parte de los alumnos en el aula.

En Sorto y White (2004) se analizan, como aspectos más importantes de los contenidos estadísticos, las representaciones gráficas y las medidas de tendencia central, en lo referente a su construcción y comprensión, que son necesarios para la enseñanza. En relación con los aspectos pedagógicos, el mismo análisis pone mayor énfasis en el conocimiento y uso de métodos y estrategias de enseñanza. Investigaciones de estos autores muestran que el profesorado maneja mejor aspectos estadísticos relativos a conocimiento y alfabetización que aspectos relacionados con el razonamiento.

También estos autores señalan algunos aspectos que deben tenerse en cuenta para investigaciones futuras; por ejemplo, ¿Cuáles son las características de un material instruccional efectivo? ¿Cómo es la secuencia de gráficos en una instrucción relativa al desarrollo del sentido gráfico? ¿Cuáles son las características de técnicas de discusión y razonamiento?

Se menciona además, como de especial interés, el tema de las técnicas de razonamiento ya que se relaciona con la comprensión gráfica. Éste es un aspecto de trascendencia en el aprendizaje de la comprensión gráfica. Se proponen estrategias que organicen los contenidos del conocimiento para responder a cuestiones específicas. Se cree que los tipos de cuestiones que se usan para enseñar gráficas podría representar un papel importantísimo en la eficacia de la comprensión gráfica.

Nuestra investigación: objetivos, metodología y análisis de resultados

A continuación se presenta nuestro trabajo centrado fundamentalmente en el análisis y evaluación de los dos primeros tipos de comportamientos mencionados inicialmente, esto es *traducción e interpretación*, que tienen lugar a lo largo del proceso de enseñanza y de aprendizaje de las gráficas estadísticas, y que está en consonancia con la bibliografía (Friel, Curcio y Bright (2001), Perry y Kader (2004), Sorto y White (2004)) donde se resalta la preocupación mostrada hacia la revisión, análisis y evaluación de la eficacia del proceso instruccional de la comprensión de las gráficas estadísticas.

El procedimiento de *traducción* hace referencia al proceso de *intercambio de información entre gráficos y tablas o texto*, que consiste en describir los datos de una tabla en forma de texto o interpretar un gráfico a un nivel descriptivo con comentarios sobre su estructura; en nuestra investigación hemos desglosado el análisis de este comportamiento en cuatro clases: I (traslación de texto a gráfico), II (traslación de tabla a gráfico), III (traslación de gráfico a texto) y IV (traslación de gráfico a tabla).

En cuanto al proceso de *interpretación*, éste requiere una reestructuración y una ordenación del material en función de la importancia de su contenido para *buscar relaciones entre elementos en el gráfico o entre gráficos*. En nuestra investigación, las valoraciones, respuestas y argumentos dados por los estudiantes nos servirán para realizar un análisis de este proceso.

Para estudiar los dos comportamientos mencionados se diseñó un cuestionario escrito. Este cuestionario consta de 14 preguntas agrupadas en seis tareas. Las tareas I hasta la IV constan cada una de tres preguntas diseñadas para analizar el proceso de traducción en las cuatro clases citadas. El cuestionario también presenta dos tareas V y VI, que plantean el paso de información de tabla a texto escrito y al contrario. Cada una de las tareas de que consta el

cuestionario incluye además un apartado que permite realizar el análisis del proceso de interpretación, en función de las respuestas y razonamientos presentados por los estudiantes (ver Anexos).

Este cuestionario se diseñó para trabajar con alumnos de 6º curso de Educación Primaria, de 11 a 12 años de edad, y coincidente con el grado 6 de los estándares curriculares propuestos por el NCTM. Después de que el cuestionario se pasó entre varios grupos de escolares y se realizó un análisis de los resultados obtenidos, surgió la posibilidad de utilizarlo con grupos de estudiantes de Magisterio, para comparar los resultados y establecer similitudes o diferencias en el nivel y tipo de fracaso en ambas poblaciones.

Para el trabajo que se muestra en esta publicación se escogió una muestra formada por dos grupos diferentes de estudiantes de Magisterio: un *grupo de estudio A*, con el que se trabajó con anterioridad al desarrollo de contenidos en Estadística; este grupo de 40 estudiantes, corresponden a la asignatura de Matemáticas y su Didáctica de la especialidad de Educación Física de la Facultad de Formación del Profesorado de la Universidad de Las Palmas de Gran Canaria. Un *grupo de estudio B*, sobre el que se actuó después del proceso de instrucción sobre contenidos en Estadística; este grupo corresponde a 36 estudiantes de la asignatura de Matemáticas de la especialidad de Educación Musical de la Facultad de Educación de la Universidad de La Laguna.

La tabla que aparece en el cuadro I recoge los resultados relativos a número y porcentaje de aciertos en cada una de las seis actividades para el total de los 76 alumnos y por cada grupo (40 en el grupo A y 36 en el grupo B). Las columnas con la cabecera “Respuestas Correctas” hacen referencia al número de preguntas bien contestadas en cada tarea; en las tareas desde la I a la IV constan de tres preguntas cada tarea, mientras que las tareas V y VI contienen un apartado solamente.

En general, puede observarse que el porcentaje menor de éxito está en la tarea I (traducir de texto a gráfico), seguida por las tareas IV (pasar de gráfico a tabla) y el porcentaje de éxito más alto, se da en la pregunta VI, con un valor cercano al 100%.

		Respuestas correctas	%	Respuestas correctas	%	Respuestas correctas	%
		Común		Grupo A		Grupo B	
Información --> Gráfica	I.	150	65,79%	73	60,83%	77	71,30%
Tabla --> Gráfica	II.	175	76,75%	80	66,67%	95	87,96%
Gráfica --> Información	III.	199	87,28%	100	83,33%	99	91,67%
Gráfica --> Tabla	IV.	165	72,37%	70	58,33%	95	87,96%
Información --> Tabla	V.	63	82,89%	31	77,50%	32	88,89%
Tabla --> Información	VI.	74	97,37%	39	97,50%	35	97,22%

Común: Ambos grupos de estudio.
 Grupo A: Grupo de estudio previo al desarrollo de contenidos en Estadística.
 Grupo B: Grupo de estudio posterior al desarrollo de contenidos en Estadística.

Cuadro I

A continuación, elegimos para analizar con detalle las respuestas dadas por los estudiantes a las preguntas de las tarea I, que presentan el peor resultado del cuestionario, y a las preguntas de las tareas V y VI que muestran los mejores resultados.

La tarea I (ver anexo I), que evalúa errores en el proceso de traslación de información escrita a gráficos, recoge los tipos de gráficas siguientes: barras, tallo-hojas y cajas. La tabla que se muestra en el cuadro II recoge los resultados obtenidos en número de preguntas bien contestadas y de porcentaje de éxito en cada uno de los tres apartados (a, b, c) de la tarea, correspondientes al trabajo con los tres tipos de gráficas mencionados anteriormente.

Actividad I		Respuestas correctas	%	Respuestas correctas	%	Respuestas correctas	%
		Común		Grupo A		Grupo B	
Información --> Barras	Ia.	66	86,84%	37	92,50%	29	80,56%
Información --> Tallo-Hojas	Ib.	56	73,68%	24	60,00%	32	88,89%
Información --> Cajas	Ic.	28	36,84%	12	30,00%	16	44,44%

Cuadro II

En esta actividad el mayor porcentaje de éxito se presenta en el uso de gráficos de barras (66%), mientras que el uso de gráficos de cajas tiene un porcentaje de éxito bastante menor (28%). Esto se justifica por el mayor conocimiento y familiaridad que los estudiantes tiene de los gráficos de barras, pues es un tipo de gráfico conocido y tradicionalmente estudiado en la escuela, y en el cual el efecto “desarrollo previo de contenidos estadísticos” parece no haber tenido mayor influencia. En el caso del uso de gráficos de cajas, éste resulta poco conocido por el estudiante, y también ciertamente difícil de comprender y de interpretar.

El uso del gráfico de tallo-hojas tiene un porcentaje de fracaso menor, a pesar de ser también poco conocido. Este mayor porcentaje de éxito, además del factor desarrollo previo de contenidos, podría ser debido a un efecto “novedad” que produce su uso, junto con la relativa facilidad con que el alumno puede intuir su comprensión, y que no lo es tanto en el gráfico de cajas.

Se aprecia un mejor resultado en el grupo B, para los gráficos tallo-hoja y cajas, aunque para el ítem relacionado con los diagramas de barras sucede al contrario. Las diferencias detectadas entre los grupos A (sin instrucción previa) y B (con instrucción previa) se esperaba que fueran más acusadas.

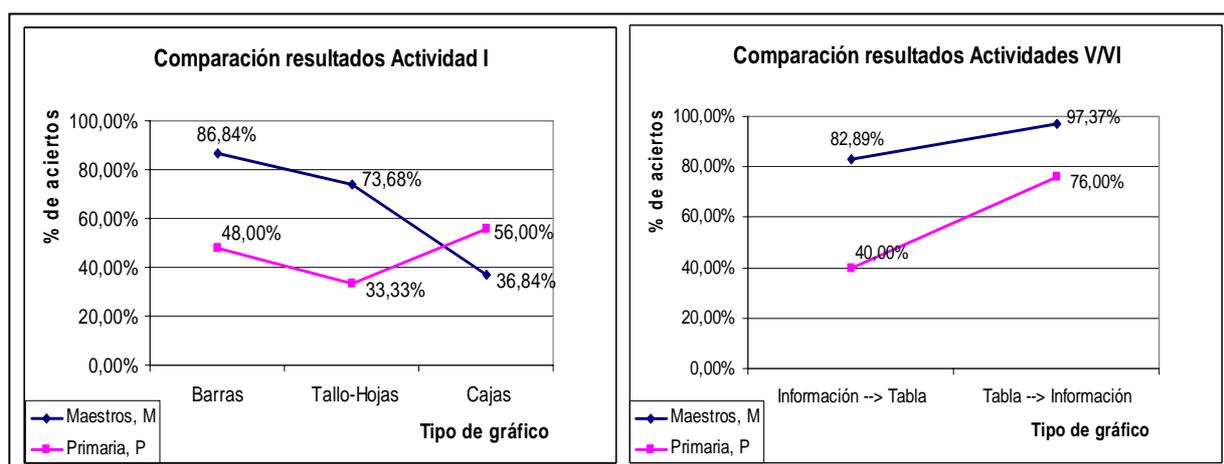
Las tareas V y VI (ver anexo II) permite analizar las dificultades en el intercambio de información entre tablas y texto escrito; en ellas el porcentaje de fracaso ha sido mínimo. Los resultados obtenidos se detallan en la tabla que aparece en el cuadro III.

Actividades V y VI	Respuestas correctas		Respuestas correctas		Respuestas correctas		
	Común	%	Grupo A	%	Grupo B	%	
Información --> Tabla	V.	63	82,89%	31	77,50%	32	88,89%
Tabla --> Información	VI.	74	97,37%	39	97,50%	35	97,22%

Cuadro III

Es notable el elevado porcentaje de éxito que se obtiene en la actividad VI, cercano al 100%, en ambos grupos, lo que indica que el proceso de traducción o de obtención de información desde una tabla a texto escrito u oral resulta altamente sencillo e intuitivo, aunque en menor medida que en sentido inverso, proceso que corresponde a la actividad V.

Por último, se realiza una comparación con los resultados de aciertos y fracasos obtenidos en los grupos de alumnos de Grado 6 de Educación Primaria de una investigación previa (Carrión y Espinel, 2005). El gráfico que se muestra en el cuadro IV recoge un cierto paralelismo entre los porcentajes de éxito en las tareas I y V/VI, si bien se produce una inversión en las tendencias en el caso del tercer apartado (c) sobre gráficos de cajas de la tarea I.



Cuadro IV

La justificación de estos resultados podría estar, en el caso de la actividad I, en considerar que niños a edades de 11 a 12 años interpretan la información gráfica a un nivel intuitivo y se produce una predisposición en el lector de la gráfica que influye como factor crítico en su comprensión. En el caso de las actividades V y VI, la justificación responde también a que el proceso de traducción o de obtención de información desde una tabla a texto escrito u oral puede resultar sencillo e intuitivo, ya que esa facilidad aumente en la traslación de información en el sentido tabla a texto.

En general, se han observado ciertas similitudes en los tipos de errores entre estudiantes de Magisterio y los alumnos de Educación Primaria. De un análisis próximo de los razonamientos dados por los estudiantes para la elección de sus respuestas podremos verificar los procesos de interpretación utilizados.

Referencias bibliográficas

- Carrión, J.C., & Espinel, M.C. (2005). *Aptitudes and difficulties of 10 to 12 years old students when translating information between different types of Statistical Representations*, en Actas de la 55th ISI. Sydney.
- Curcio F. R. (1987). Comprehension of mathematical relationships expressed in graphs. *Journal for Research in Mathematics Education*. 8, 5, 382-393.
- Espinel, M. C. (1999-2000). Gráficas estadísticas: perspectiva desde la Educación Matemática. *El Guiniguada*. 8/9, 445-464.
- Friel, S., Curcio, F. and Bright, G. (2001). Making sense of graphs: critical factors influencing comprehension and instructional implications. *Journal for Research in Mathematics Education*, 32, 2, 124-158.
- NCTM (2003). *Principios y estándares para la Educación Matemática*. Sociedad Andaluza de Profesores de Matemáticas. Sevilla (Título Original: *Principles and Standard for School Mathematics*. NCTM, Reston, VA. 2000).
- Perry, M. & Kader, G.(2004). Statistics for Middle School (pupils ages 10-14) Teachers.
<http://www.stat.auckland.ac.nz/~iase/publications/11/Perry%20&%20Kader.doc>
- Sorto, A. & White, A. (2004). Statistical Knowledge for Teaching.
<http://www.icme-organisers.dk/tsg11/Papers/Sorto%20&%20White.doc>

ANEXO I

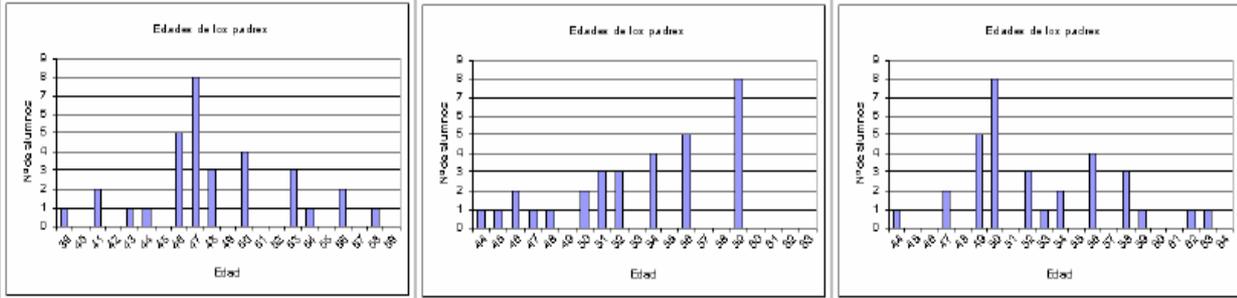
Un maestro ha realizado un estudio sobre las edades de los padres de 32 estudiantes, y ha encontrado lo siguiente:

“Muchos estudiantes tienen padres cuya edad es 50 años; solo un cuarto (1/4), de los estudiantes tiene padres que son más jóvenes de 50 años; sin embargo, la mitad (1/2) de los estudiantes tiene padres mayores de 50”

I

¿Cuál de las siguientes gráficas tiene el mismo significado que la información dada arriba? Selecciona la correcta para cada apartado a, b y c.

a.



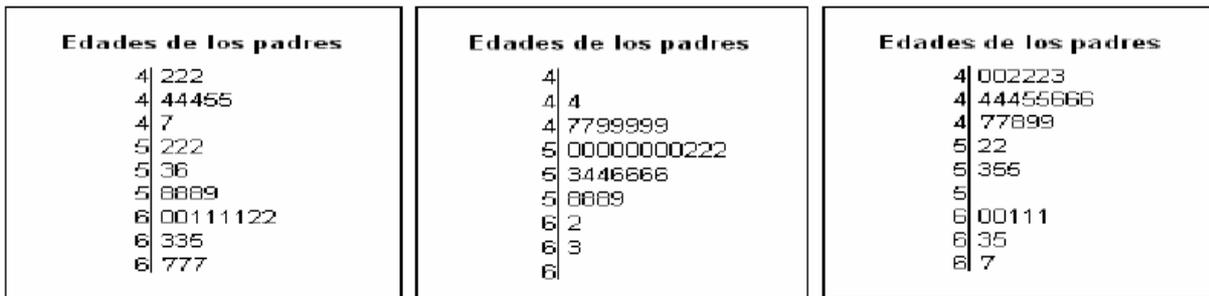
(1)

(2)

(3)

GRÁFICO CORRECTO (Escribe 1, 2, 3):

b.



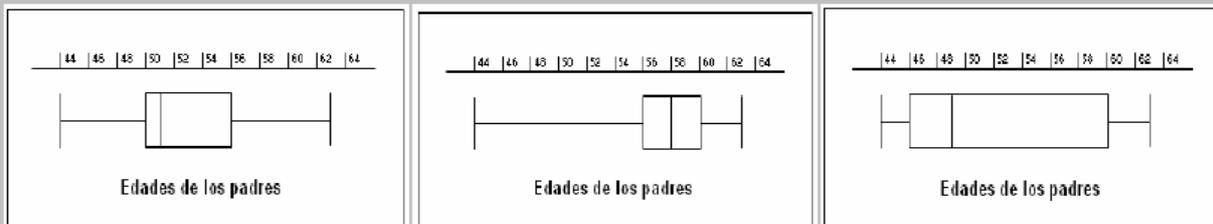
(1)

(2)

(3)

GRÁFICO CORRECTO (Escribe 1, 2, 3):

c.



(1)

(2)

(3)

GRÁFICO CORRECTO (Escribe 1, 2, 3):

USAR ESTE ESPACIO PARA ANOTAR POR QUÉ HAS ELEGIDO ESAS OPCIONES EN ESTA ACTIVIDAD

a)

b)

c)

ANEXO II

Un maestro ha organizado un grupo de 10 estudiantes para jugar al Scrabble. Después de examinar las palabras hechas por cada jugador y anotar el número de letras utilizado ha llegado a la siguiente conclusión:

V

Todos los estudiantes han construido palabras con más de tres (3) letras; la mitad (1/2) de los jugadores hizo palabras con, al menos, siete (7) letras; la palabra más larga formada fue de ocho (8) letras.

Seleccionar la tabla correcta para la información dada arriba.

- (1):
- | | | Jugadores | | | | | | | | | |
|--------------|--|-----------|---|---|---|---|---|---|---|---|----|
| | | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| Nº de letras | | 2 | 9 | 3 | 3 | 5 | 4 | 4 | 8 | 5 | 4 |
- (2):
- | | | Jugadores | | | | | | | | | |
|--------------|--|-----------|---|---|---|---|---|---|---|---|----|
| | | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| Nº de letras | | 4 | 8 | 6 | 7 | 7 | 6 | 7 | 5 | 6 | 8 |
- (3):
- | | | Jugadores | | | | | | | | | |
|--------------|--|-----------|---|---|---|---|---|---|---|---|----|
| | | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| Nº de letras | | 7 | 9 | 8 | 7 | 5 | 6 | 7 | 9 | 7 | 8 |

RESPUESTA CORRECTA (Escribe 1, 2, 3):

USAR ESTE ESPACIO PARA ANOTAR POR QUÉ HAS ELEGIDO ESAS OPCIONES EN ESTA ACTIVIDAD

Una estudiante hace un estudio que consiste en contar el número de titulares de noticias relacionadas con los adolescentes en el periódico local; y ha construido la tabla siguiente:

VI

		Días de la semana						
		Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes	Sábado	Domingo
Nº de titulares		2	0	1	1	3	4	2

Seleccionar la descripción correcta para la tabla mostrada arriba:

- (1): Hay al menos, un (1) titular en el periódico local cada día; y, algunos días hay más de cuatro (4) titulares. La mitad (1/2) de los días hay, al menos, tres (3) titulares.
- (2): Algunos días no hay titulares sobre adolescentes. Hay un máximo de cuatro (4) titulares en algún día. La mitad (1/2) de los días no hay más de 2 titulares en la prensa.
- (3): Sólo durante los fines de semana es posible encontrar más de un (1) titular en el periódico local; hay solo un (1) titular en el resto de los días.

RESPUESTA CORRECTA (Escribe 1, 2, 3):

USAR ESTE ESPACIO PARA ANOTAR POR QUÉ HAS ELEGIDO ESAS OPCIONES EN ESTA ACTIVIDAD