



RECTA NUMÉRICA, ESCALAS Y GRÁFICAS ESTADÍSTICAS: UN ESTUDIO CON ESTUDIANTES PARA PROFESORES

Alicia Bruno Castañeda
María Candelaria Espinel

Universidad de La Laguna

Resumen

El trabajo analiza una prueba escrita diseñada para analizar cómo influye el dominio de la recta numérica en la habilidad para elegir escalas apropiadas en la realización de gráficas estadísticas. Esta prueba fue contestada por estudiantes para profesores.

Los resultados indican que las principales dificultades de los alumnos están en la representación de los números decimales en la recta y, en menor medida, en la representación de las gráficas estadísticas. Además, los datos muestran que a los estudiantes les resultó más fácil interpretar puntos marcados en la recta numérica que señalarlos en ella. El trabajo ha dado pautas para la búsqueda de una prueba escrita que permita una mejor discriminación de los objetivos marcados.

Abstract

This work analyses a written test designed to study in which manner the dominion over the number line influences the ability to handle appropriate scales and make statistical graphs. This test was answered by students training to be teachers.

The results show that the main difficulties for the students are focused on the representation of the decimal numbers on the number line and, to a lesser extent, in the representation of the statistical graphs. In addition, the data shows that it was easier for the students to interpret points marked on the number line than to ask them to do it themselves. The work has set standards for the search of a written test, which allows a better discrimination of the established objectives.

Introducción

El análisis de datos contextualizados en el mundo real supone una motivación para la enseñanza de la estadística. Diferentes autores han indicado que en el diseño de los cursos de estadística básica se debería tener en cuenta este hecho. Así, Behar y Grima (2001), en su artículo “Mil y una dimensiones del aprendizaje de la estadística”, señalan que la enseñanza básica de la estadística debe fomentar las siguientes competencias:

- La habilidad para ligar la estadística con situaciones del mundo real.
- Los conocimientos de los conceptos básicos de estadística.
- La habilidad para sintetizar los componentes de un estudio estadístico.
- La capacidad para comunicar los resultados de una manera clara.

En esta misma línea, estadísticos como David Moore (1998) reflejan en sus textos, como el titulado “Estadística Aplicada Básica”, que los alumnos deben desarrollar un sentido de la información cuantitativa al usar gráficos.

Las representaciones gráficas son una de las herramientas matemáticas más valoradas para utilizar por científicos, economistas, gobierno, industria, y comercio... Por ello, todos los alumnos deberían recibir alguna preparación para trabajar con gráficos. El ciudadano que no es capaz de leer un gráfico es un miembro de la sociedad que vive en desventaja.

Desde el punto de vista de la didáctica de la estadística destacan los trabajos de Friel, Curcio y Bright (2001). La síntesis de investigaciones realizadas por ellos, titulada “Tener sentido de gráficos: Factores críticos que influyen en su comprensión e implicaciones educacionales”, publicada en el *Journal for Research in Mathematics Education*, nos aporta una base para nuestro trabajo en los aspectos dedicados a:

- Escalas
- Construcción y lectura de gráficas
- Elección de la gráfica adecuada

En los últimos años ha sido centro de interés la formación de profesores en el campo de la estadística. En España, el trabajo de Estrada, Batanero y Fortuny (2004), titulado “Un estudio comparado de las actitudes hacía la estadística en profesores en formación y en ejercicio”, manifiesta la poca preparación en estadística que tradicionalmente ha tenido el profesorado. Sus resultados indican que los individuos que no han estudiado nunca estadística son los que presentan actitudes más negativas hacia ella.

El presente trabajo tiene como objetivo detectar, mediante una prueba escrita, el conocimiento sobre gráficas estadísticas con ejes cartesianos de alumnos que se están formando para ser, en un futuro, profesores de Educación Primaria y relacionar este conocimiento con sus habilidades para representar números en la recta numérica.

2. Objetivos y metodología

Nuestra intuición como profesoras nos lleva a pensar que los alumnos comienzan las gráficas estadísticas con un insuficiente conocimiento de la representación de números en la recta. Es un hecho que en los libros de texto las rectas numéricas verticales y los ejes cartesianos son escasas en los primeros años, además hay un dominio de las rectas horizontales (Bruno y Cabrera, 2005). Si bien, hay que señalar que la lectura del eje vertical presenta más dificultades que la del eje horizontal.

Consideramos que es fundamental saber leer gráficas estadísticas, pero al mismo tiempo, es necesario saber elegir la gráfica apropiada a un contexto y saber construirla.

El presente trabajo tiene como objetivos a largo plazo:

- Analizar la relación entre la habilidad para representar e interpretar números en la recta y para realizar gráficas estadísticas.

- Analizar la relación entre la habilidad para usar diferentes escalas en la recta numérica y en los gráficos estadísticos.

Para ello nos planteamos la siguiente hipótesis:

La habilidad para representar números en la recta condiciona la comprensión y la realización de gráficas estadísticas.

Este trabajo es un estudio piloto y nos proponemos como objetivos iniciales:

1. Analizar una prueba escrita diseñada para observar cómo influye el dominio de la recta numérica en la habilidad para realizar gráficas estadísticas.
2. Estudiar si los profesores en formación tienen dificultades para representar decimales en la recta y para hacer algunos gráficos estadísticos en los que aparecen números decimales.

Para analizar estos objetivos preparamos una prueba escrita en la que se preguntaban diferentes cuestiones sobre gráficos estadísticos y representación de números en la recta numérica. Los datos de esta prueba se tomaron de la prensa, en concreto, sobre la noticia de “Los precios de los carburantes en la Unión Europea” (*El País*, 10-10-2004, ver Anexo 1). Este tema nos pareció un contexto adecuado, ya que en el momento de realizar la prueba habían aumentado los precios de los carburantes a partir de la guerra de Irak y los ciudadanos de la Unión Europea, a pesar de tener una moneda única, lo estaban sufriendo, aunque de distinta manera según los países.

La prueba escrita contenía 6 preguntas, de las cuales tres corresponden a la recta numérica y tres a gráficas estadísticas (ver Anexo 2). A continuación se

detallan las preguntas de la prueba y se indican los procesos matemáticos se pedía a los alumnos.

Preguntas sobre *gráficos estadísticos*:

Pregunta 3. Barras

- Realizar un diagrama de barras con números decimales próximos a 1 en el eje vertical.

Pregunta 4. Gráfico

- Pasar de un diagrama de sectores a una representación estadística que el alumno debe elegir e interpretar números decimales.

Pregunta 6. Histograma

- Realizar una tabla y un histograma con frecuencias relativas.

Preguntas sobre *la recta numérica*:

Pregunta 1. Recta

- Representar números decimales en la recta numérica con una escala señalada.

Pregunta 2. Escala

- Interpretar decimales señalados en la recta numérica.

Pregunta 5. Líneas

- Representar números decimales en la recta numérica sin una escala señalada.

La prueba escrita la contestaron 39 alumnos de primer curso de la “Titulación de Maestro” (especialidad de Educación Física, de la Universidad de La Laguna), los cuales habían recibido formación previa en estadística en su asignatura habitual de Matemáticas.

En el estudio de las pruebas se ha realizado un análisis de conglomerados para agrupar variables por preguntas y por casos. Asimismo, se ha realizado un estudio descriptivo, basado en porcentajes, de cada una de las preguntas, distinguiendo el éxito en cada una de ellas y los tipos de repuestas incorrectas.

3. Resultados

El análisis de los resultados lo dividimos en tres partes. En primer lugar, comentamos los resultados globales mediante un análisis exploratorio de datos con técnicas de análisis mutivariante; a continuación analizamos los resultados en cada pregunta, y por último, mostramos ejemplos de casos paradigmáticos en concordancia con los objetivos planteados.

3.1 Resultados de un análisis exploratorio de los datos

En la tabla 1 se muestra el número de respuestas correctas en cada una de las preguntas.

Nº de la Pregunta	1	2	3	4	5	6
Tipo de pregunta	Recta	Recta	Gráfica	Gráfica	Recta	Gráfica
Denominación	Recta	Escala	Barras	Gráfico	Líneas	Histograma
Nº respuestas correctas	9	22	37	33	32	8

Tabla 1. Nº de respuestas correctas en cada una de las preguntas de la prueba

Este primer análisis descriptivo pone de manifiesto un alto número de respuestas incorrectas en la primera pregunta sobre la recta y en la pregunta seis (última del cuestionario) sobre gráficas (histograma). Recurrimos a otras técnicas de análisis de datos que arrojen alguna información más sobre el resto de las preguntas.

Recurrimos a un análisis de conglomerados para el procesamiento de las respuestas de la prueba escrita. Esta es una técnica de análisis multivariante que permite agrupar objetos en función de su parecido o similitud entre ellos. A dichos grupos se les denomina “clusters”. En este estudio hemos utilizado como función de similitud la distancia euclídea y como algoritmo para formar cluster el *Método de Ward* el cual minimiza la variabilidad entre los clusters. Esto da lugar a unas agrupaciones sucesivas que son representadas en un árbol o dendrograma. Así, se identifican grupos de variables o individuos sin que a priori se conozca criterios de agrupamiento. Cada grupo ha de ser lo más homogéneo posible, los individuos dentro de un grupo deben parecerse mucho entre sí. El tratamiento estadístico de los datos lo hemos realizado con el paquete estadístico Systat.

En la figura 1 se recoge unas agrupaciones sucesivas que llevan al dendrograma que agrupa las preguntas basándose en la similitud considerando que la respuesta dada por el alumno sea correcta o no.

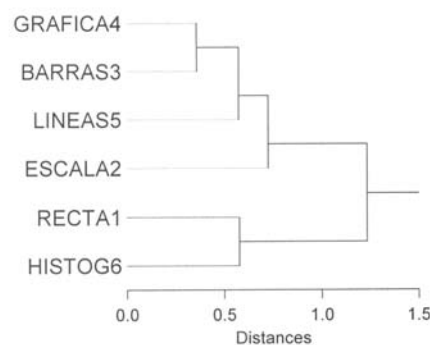


Figura 1. Similitud de las variables (preguntas)

La figura 1 permite apreciar la existencia de dos conglomerados, uno que agrupa a las preguntas de mayor éxito (preguntas 2, 3, 4 y 5), y otro que une a las preguntas con mayor fracaso (preguntas 1 y 6). Aunque también podría

resultar apropiada una solución de tres conglomerados o “clusters”, donde la pregunta 2 constituye una clase separada, ya que es la que presenta una distancia mayor entre todas las preguntas. También se observa que las variables con mayor similitud son la de *gráfica y barras* (preguntas 3 y 4).

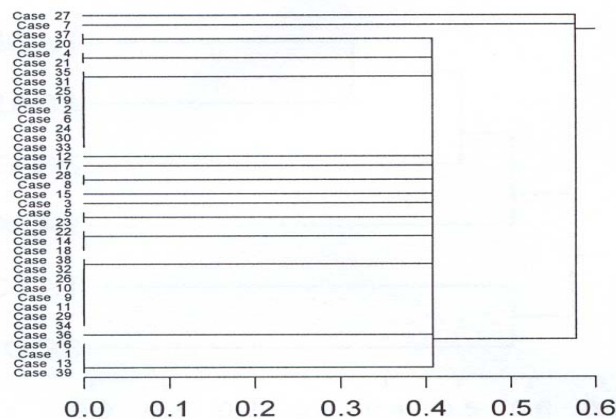


Figura 2. Similaridad de respuestas por sujetos

La similitud por estudiantes que se muestra en la figura 2 permite identificar tres clusters bastante numerosos. Un primer grupo o “cluster” está formado por 9 estudiantes (casos: 35, 31, 25, 19, 2, 6, 24, 30, 33) que corresponde a los que tienen mal la pregunta 1 y 6. Un segundo grupo de 8 estudiantes (casos: 38, 32, 26, 9, 11, 29, 34) que corresponde a los que tienen mal la pregunta 2 y 6. Y un tercer grupo de 4 estudiantes (casos: 16, 1, 13, 39) que son los que no realizaron el histograma (pregunta 6). El primer grupo ya se preveía a partir de la tabla 1, pero esta técnica nos ha permitido descubrir los otros grupos que no se detectan con la tabla de frecuencias.

La dicotomización de las variables admite calcular un buen número de medidas de asociación entre casos o estudiantes. Mediante *medidas de asociación o igualación para variables dicotómicas* hemos obtenido las tablas 2 y 3.

		1	2	3	4	5	6
		Recta	Escala	Barras	Gráfica	Línea	Histograma
1	Recta	1					
2	Escala	0.564	1				
3	Barras	0.231	0.615	1			
4	Gráfica	0.256	0.487	0.872	1		
5	Línea	0.436	0.667	0.744	0.718	1	
6	Histograma	0.667	0.385	0.205	0.333	0.256	1

Tabla 2. Medidas de asociación para variables dicotómicas

La matriz que se muestra en la tabla 2 se ha construido mediante la concordancia o emparejamiento simple que se obtiene de la razón entre coincidencia y el total. Esto es el número de estudiantes cuyas respuestas concuerdan bien o mal en relación con el total. Se observa que las coincidencias más altas, por éxito y fracaso, están en las parejas de preguntas 3 con la 4, 3 con 5 y 4 con 5.

		1	2	3	4	5	6
		Recta	Escala	Barras	Gráfica	Línea	Histograma
1	Recta	0.256					
2	Escala	0.205	0.590				
3	Barras	0.205	0.564	0.923			
4	Gráfica	0.179	0.462	0.821	0.846		
5	Línea	0.256	0.538	0.744	0.692	0.821	
6	Histograma	0.077	0.103	0.179	0.205	0.154	0.231

Tabla 3. Medidas de asociación para variables dicotómicas

La tabla 3 recoge la concordancia en la presencia, esto es, la razón de coincidencia en éxitos y el total. Esta medida surge del cociente entre estudiantes cuya respuesta es correcta y el total. En este caso, los mayores valores de asociación los alcanza la pregunta 3 cuando se compara con 4 o con la 5. Las variables con peor asociación son la 1 con la 6 y la 2 con la 6.

Estos resultados con las medidas de asociación o similaridad concuerdan con los grupos de objetos mostrados en las Figuras 1 y 2. Nos indica la existencia de grupos de alumnos homogéneos y quizás con las mismas dificultades al resolver las preguntas.

3.2 Análisis de resultados por preguntas

En este apartado vamos a desglosar los resultados en cada pregunta de la prueba. Además de los porcentajes, distinguimos y comentamos las principales dificultades de los alumnos. Comenzamos con las preguntas relativas a aspectos de gráficos estadísticos (preguntas 3, 4 y 6) y a continuación, los resultados sobre la recta numérica (preguntas 1, 2 y 5).

Pregunta 3. Barras

En la tabla 4 se muestran los resultados de las respuestas correctas e incorrectas a la pregunta 3 en la que los alumnos debían construir un diagrama de barras de variable discreta.

Correctas		Incorrectas	Blanco
Escala adecuada	Escala inadecuada		
14	23	2	0

Tabla 4. Resultados de la pregunta 3

La mayoría de los alumnos construyen la gráfica de manera correcta, en concreto 37 alumnos. De esos 37 alumnos, 14 realizan el gráfico con una escala adecuada (ver Figura 3).

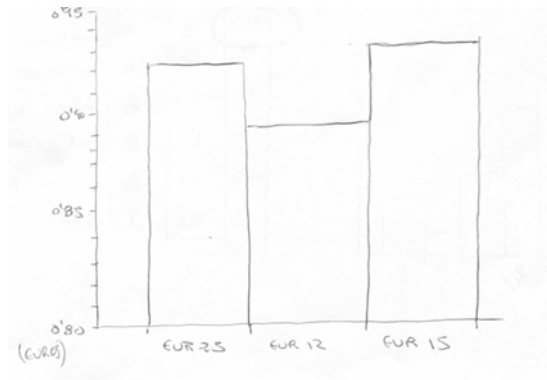


Figura 3. Respuesta correcta a la pregunta 3 (escala adecuada)

Sin embargo, 23 alumnos no tuvieron éxito en la elección de la escala apropiada, lo que ocasionó que el gráfico no permitiera discriminar la diferencia de los precios del gasóleo (ver Figuras 4 y 5).

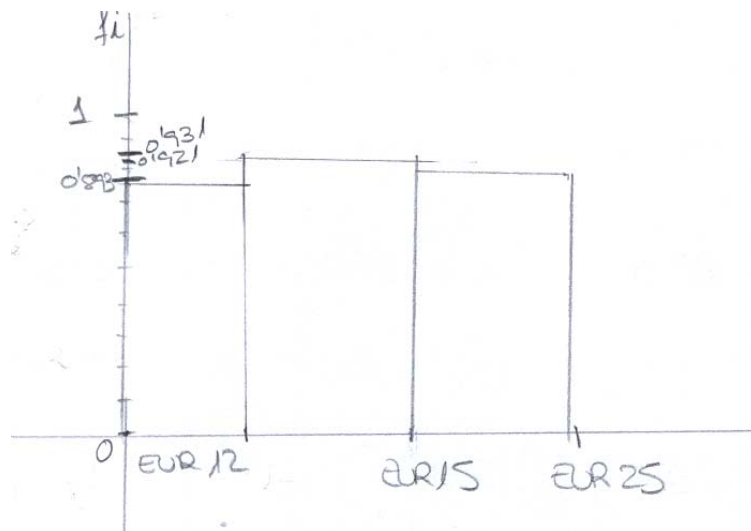


Figura 4. Respuesta correcta a la pregunta 3 (escala inadecuada)

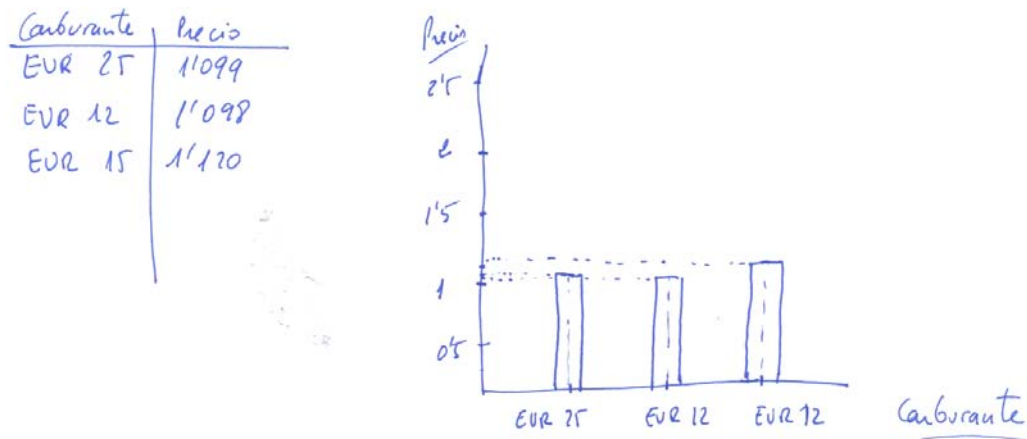


Figura 5. Respuesta correcta a la pregunta 3 (escala inadecuada)

Hay muchos alumnos que comienzan la escala en 0.5 o 0.8, pero, aún así, no todos consiguen realizar un gráfico correcto. Se dan casos característicos, como un alumno que coloca como modalidad la frecuencia (ver Figura 6).

Hay una gran variedad de respuestas, por ejemplo, el alumno de la figura 4 construye barras solapadas y señala las modalidades en el extremo de la barra, lo cual es incorrecto, o el alumno de la figura 5 hace un diagrama con las barras separadas, aunque se equivoca con los datos que debía tomar.

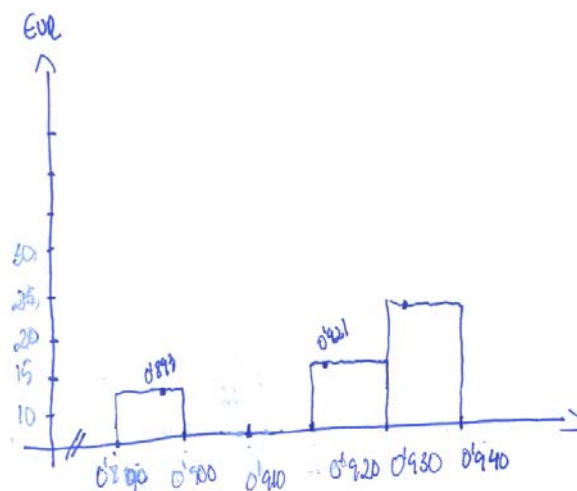


Figura 6. Respuesta incorrecta a la pregunta 3 (confusión en la modalidad)

Pregunta 4. Gráfica

En esta pregunta se plantea la construcción de un diagrama opcional. La mayoría de los alumnos eligen gráficos verticales, particularmente diagramas de barras. Si bien también utilizan barras con polígono superpuesto, líneas verticales, perfiles, barras en forma de triángulos. Sólo dos alumnos construyen una barra horizontal (ver tabla 5 y figura 7).

Correcto	Incorrecto	Blanco
35	1	3

Tabla 5. Resultados de la pregunta 4

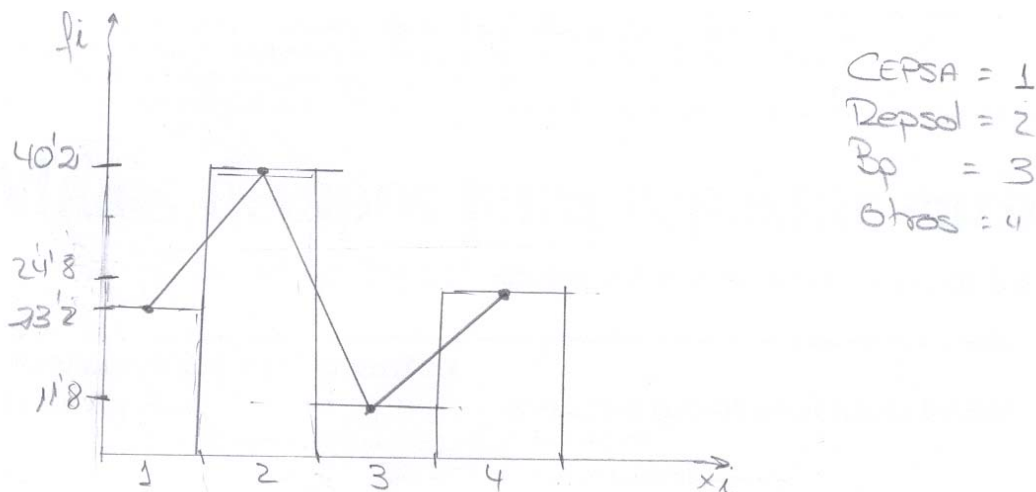


Figura 7. Respuesta correcta a la pregunta 4
(combinación de diagrama de barras y polígonos)

Observamos que todos colocan las modalidades en el eje de ordenadas y denominan con “otros” a la última modalidad.

La pregunta tiene bastante éxito, sólo 4 alumnos fracasan, 3 la dejan en blanco, quizás por ser una pregunta abierta, y otro realiza una mala construcción, pues confunde las modalidades con las frecuencias.

Comparando las preguntas 3 y 4, se observa que la escala en el eje Y con números menores que 1 y muy próximos a las de la pregunta 3, causó más dificultad que los números decimales mayores que 1 y con mayor distancia entre ellos que utilizan en la pregunta 4.

Pregunta 6. Histograma

En la pregunta 6 se pide construir una tabla de frecuencias absolutas y relativas y realizar un histograma con intervalos de igual amplitud usando las frecuencias relativas. Se les pidió realizarlo con la frecuencia relativa para observar cómo representaban los números decimales en el eje vertical y así, poder contrastar con las preguntas relativas a la recta numérica.

Correcto	Incorrecto			Blanco
	Tabla incorrecta	Histograma incorrecto	Tabla e histograma incorrectos	
8	4	16	5	6

Tabla 6. Resultados de la pregunta 6

En la tabla 6 se observa que sólo 8 alumnos contestan de manera correcta esta pregunta. Entre los que responden de manera incorrecta están los que fallan en la tabla, los que lo hacen en el histograma o en ambos apartados. También, 6 alumnos dejan la pregunta en blanco.

La mayoría construye el histograma con 7 intervalos y sólo 11 alumnos utilizan la frecuencia relativa en la construcción del histograma, como se les pedía.

En este caso, los alumnos no tuvieron dificultades con los números decimales en el eje Y, probablemente porque los tres números tienen la misma cantidad de cifras decimales. Sin embargo, en el eje X, varios alumnos colocan las modalidades sin tener en cuenta que se trata de una variable agrupada en intervalos. Así, encontramos alumnos que señalan el intervalo en un punto (ver figura 8), o alumnos que representan las barras no solapadas (ver figura 9).

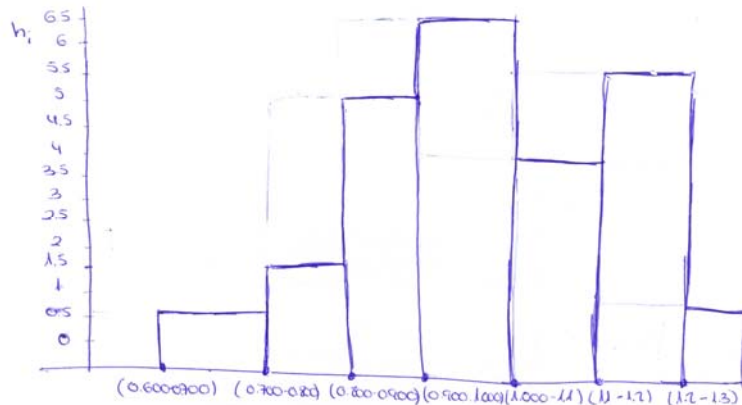


Figura 8. Respuesta incorrecta en la pregunta 6 (histograma incorrecto)

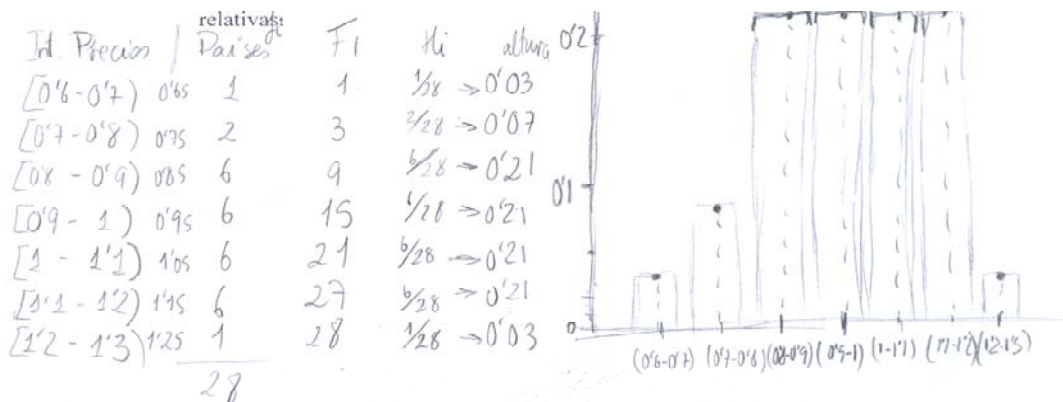


Figura 9. Respuesta incorrecta en la pregunta 6 (tabla e histograma incorrectos)

Pregunta 1. Recta numérica

En la primera pregunta sobre la recta se pedía colocar el precio de la gasolina 95 de cinco países en una recta con una escala dada.

Correcto	Incorrecto			Blanco
	Bien ordenados Mal colocados	Mal ordenados y colocados	Cada país en una marca	
9	14	10	5	1

Tabla 7. Resultados de la pregunta 1

En las respuestas encontramos sólo 9 alumnos que contestan de manera correcta. Si bien hay 14 alumnos que, aunque colocan algunos países de manera incorrecta, mantienen el orden de los números decimales (ver figura 10).

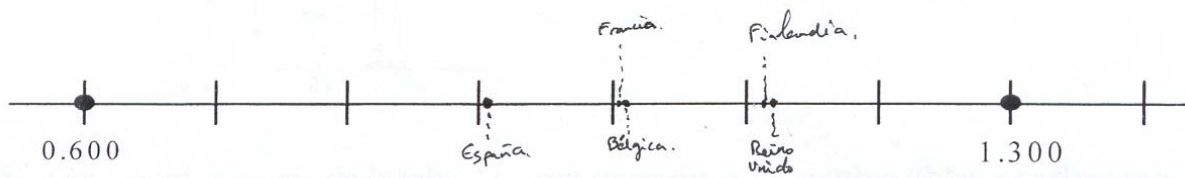


Figura 10. Respuesta incorrecta a la pregunta 1

(orden de los países correcto y representación incorrecta en la recta)

Entre los errores más llamativos encontramos alumnos que interpretan que deben colocar cada país en un punto de la escala dada (ver figura 11).

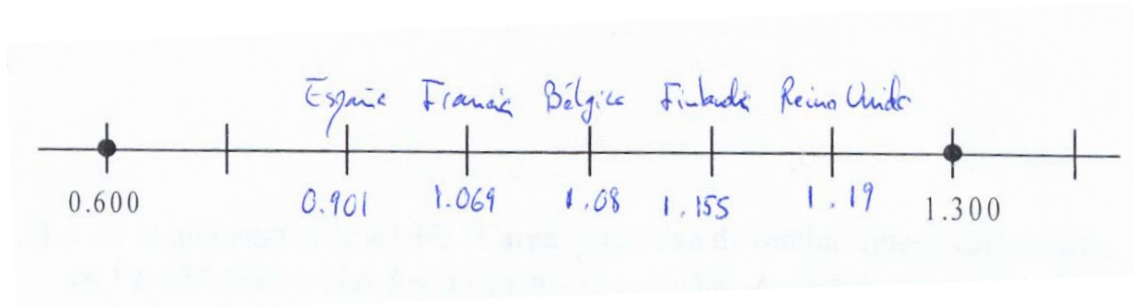


Figura 11. Respuesta incorrecta a la pregunta 1
(señala cada país en una marca de la recta)

Por último, encontramos los alumnos que ordenan y representan de manera incorrecta (ver figura 12).

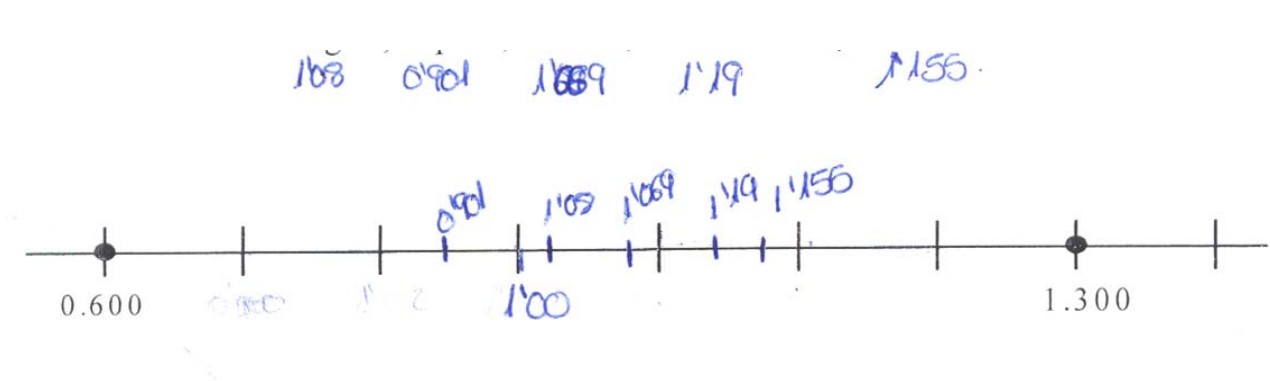


Figura 12. Respuesta incorrecta a la pregunta 1
(ordenación de los números y representación incorrecta)

Entre los errores con los números decimales encontramos el frecuente en los niños, que se repite en los estudiantes para profesores, como por ejemplo $1.08 < 1.069$.

Pregunta 2. Escala

La pregunta 2 recoge el proceso inverso a la pregunta 1, es decir, se señalan puntos en la recta y se les pide el país al que representan. Los resultados aparecen en la tabla 8.

Correcto	Incorrecto		Blanco
	Un país incorrecto	Más de un país incorrecto	
22	11	5	1

Tabla 8. Resultados de la pregunta 2

La pregunta tuvo un nivel de éxito considerable, 22 alumnos la contestan de manera correcta. De los 11 alumnos que tienen mal un país, 8 han colocado un país que se diferencia en una milésima, lo cual es casi correcto así que se puede considerar que 30 alumnos han respondido correctamente. Incluso de los alumnos que tienen más de un país mal colocado, 3 eligen uno que también difiere en una milésima.

En comparación con la pregunta 1, vemos que es más complejo dibujar en la recta numérica que interpretar los puntos ya señalados en ella, aunque es evidente que la dificultad está condicionada por cómo sean las cifras decimales.

Pregunta 5. Líneas

En la pregunta 5, se pide señalar “el impuesto de la gasolina sin plomo” de cuatro países en una recta en la que sólo se ha señalado la posición del cero y, por lo tanto, no se ha dado la escala.

Correcto	Incorrecto	Blanco
33	4	2

Tabla 9. Respuestas a la pregunta 5

Encontramos un alto número de respuestas correctas, 33 alumnos de los 39. La mayoría de ellos señalan en el extremo de la recta dada los puntos 1, 0.7 o 0.8 como referencia y construyen la escala en relación a éstos.

Un alumno realizó una representación correcta, aunque la posición de la unidad en la parte inferior de la recta le llevó a que los números quedaran muy próximos (ver figura 13).

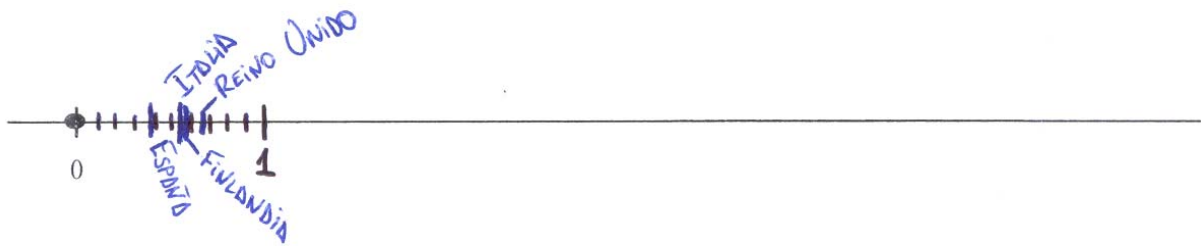


Figura 13. Respuesta correcta a la pregunta 5
(elección no apropiada de la posición de la unidad)

Dentro de los errores destaca el que aparece en la figura 14, cometido por tres alumnos, en el que parece que el valor de Finlandia (0.59) les llevó a una mala distribución de los restantes países. El resto de las equivocaciones se deben a que no distribuyen con éxito los puntos sobre una escala, es decir, no respetan la distancia patrón entre las unidades.

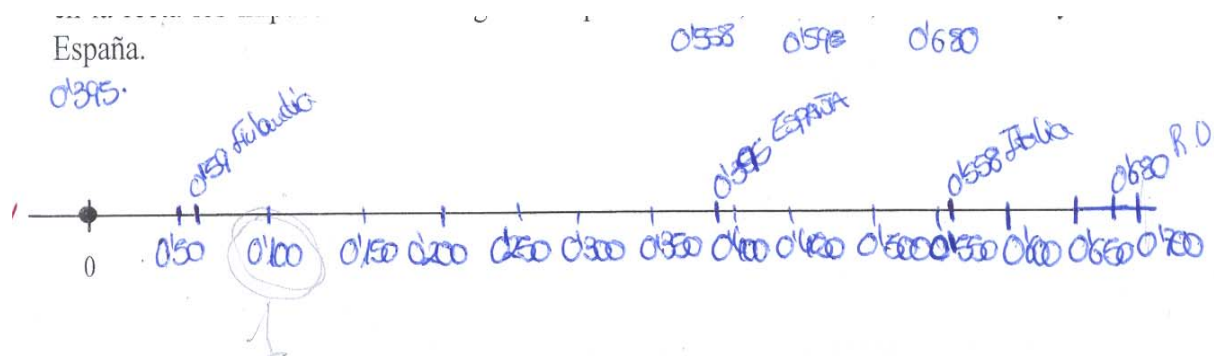


Figura 14. Respuesta incorrecta a la pregunta 5

En general, las mayores complicaciones de la prueba escrita se han producido la primera y la última pregunta y los éxitos han sido para la construcción de los diagramas de barras, aunque con algunas matizaciones.

3.3. Estudios de casos

En este apartado analizamos las respuestas de algunos alumnos que nos han parecido de interés con respecto a los objetivos del trabajo.

Caso 1

En las respuestas de un alumno encontramos que todas las representaciones gráficas que realizó fueron diagramas de barras, construyendo las barras siempre separadas, las cuales son propias de las variables discretas. Por ello, creemos que para este alumno prevalece la forma de realizar las barras para datos discretos frente a la forma de realizarlas con datos continuos (ver figura 15).

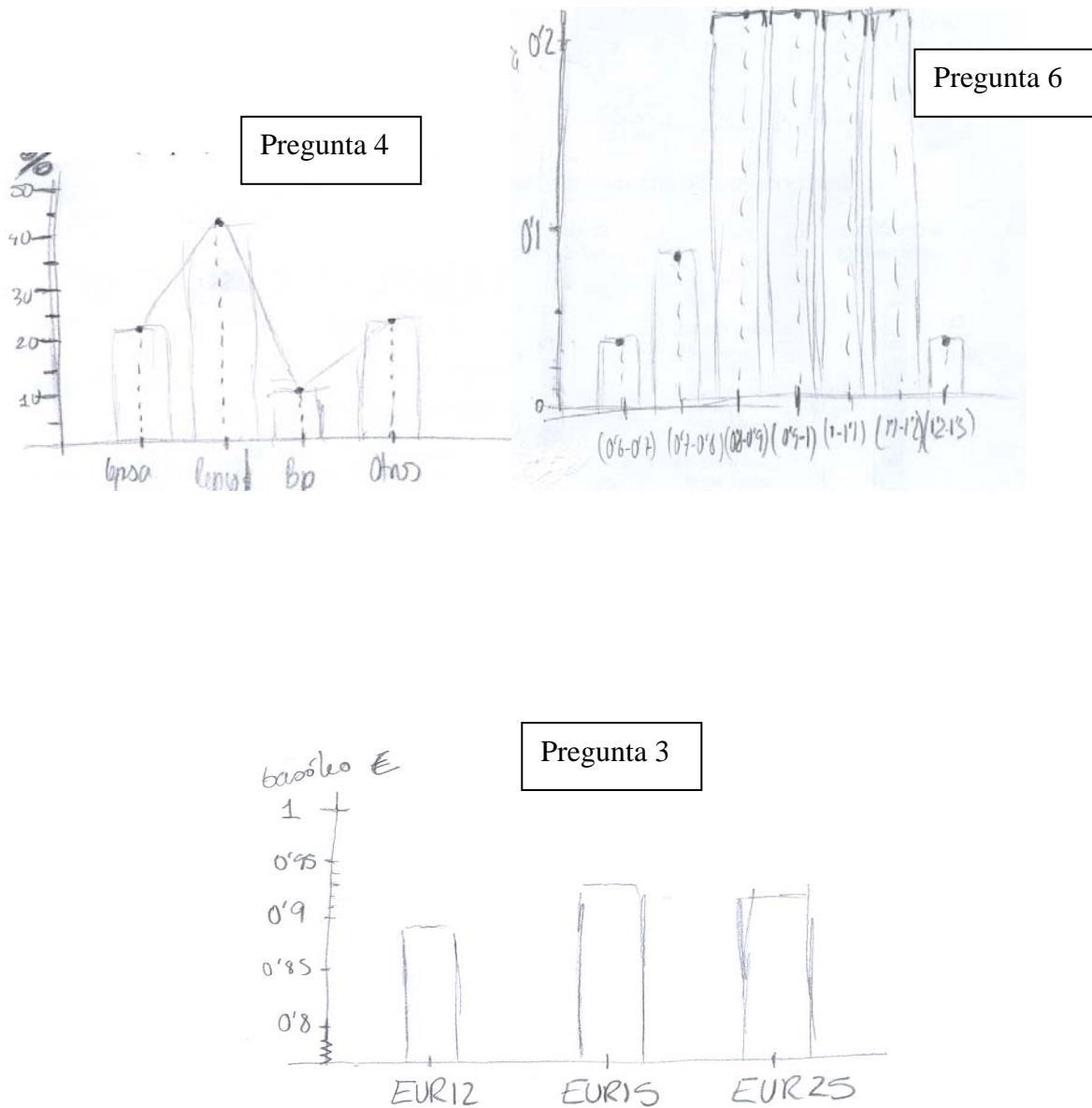


Figura 15. Respuesta del alumno *caso 1* a las preguntas 3, 4 y 6

También se puede observar que este alumno coloca el nombre de la barra en su centro, en todos los gráficos, lo que le lleva a un error procedimental en el histograma.

Caso 2

Otro alumno presenta la tendencia contraria al caso 1, es decir, siempre realiza barras solapadas al hacer los diagramas de barras (ver figura 16).

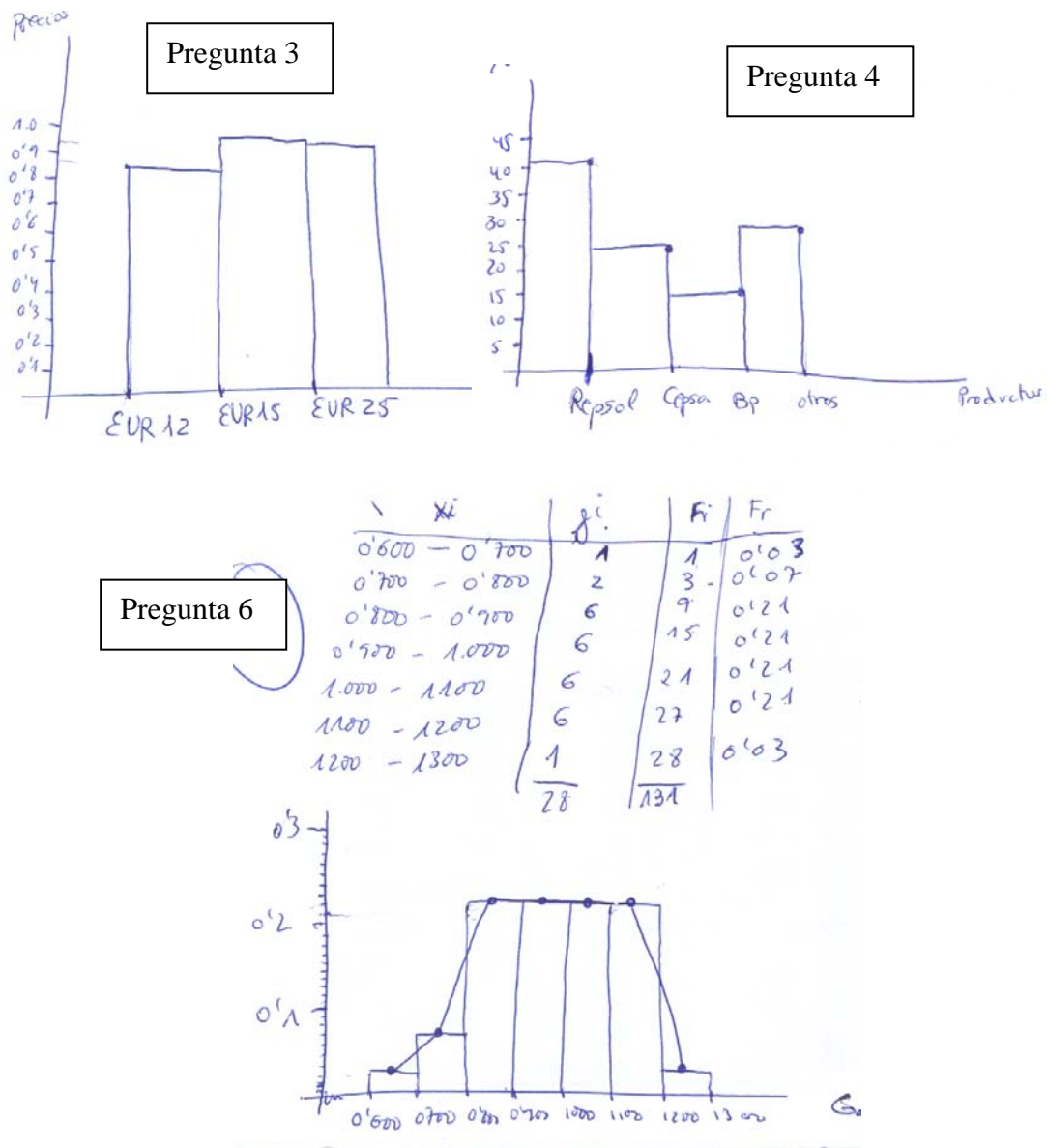


Figura 16. Respuesta del alumno *caso 2* a las preguntas 3, 4 y 6

Este alumno tiene dificultades para etiquetar las modalidades cuando la variable es discreta, ya que coloca el nombre de la barra en su extremo inferior.

Caso 3

En las respuestas del alumno que mostramos a continuación (ver Figura 17) se observa como los errores de procedimiento que comete en la recta los traslada a las representaciones gráficas. Obsérvese en la recta señala los números a igual distancia sin tener en cuenta su valor numérico respecto a la escala (aunque conserva el orden). Este mismo hecho lo lleva al eje vertical del polígono de frecuencias que utilizó en la pregunta 4.

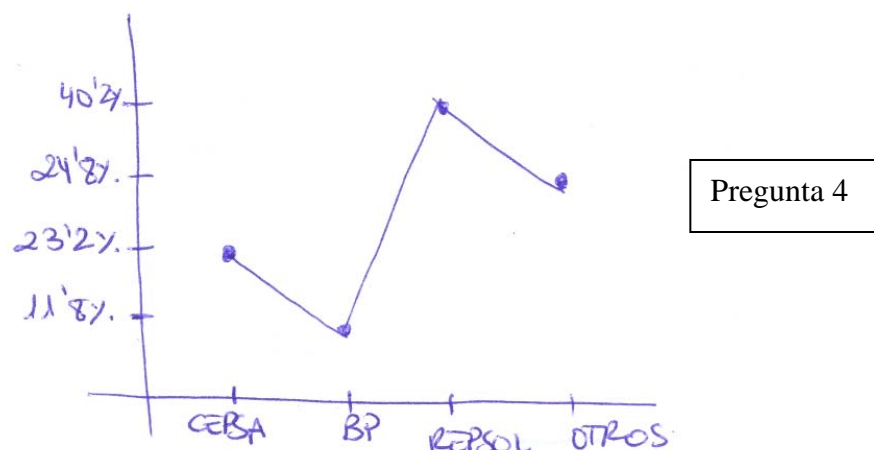
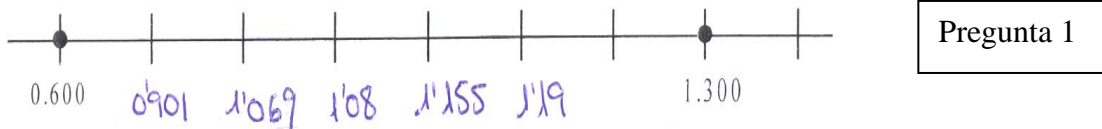


Figura 13. Respuesta del alumno caso 3 a las preguntas 1, 4 y 5

Conclusiones

El trabajo realizado ha sido una indagación preliminar sobre las representaciones gráficas estadísticas y su relación con el conocimiento de la recta por parte de futuros profesores de Primaria. Aunque se ha mostrado la necesidad de mejorar la prueba utilizada, a continuación resumimos las conclusiones extraídas.

Los alumnos no han mostrado dificultad en la lectura de la información dada en un contexto (ver Anexo 2) y pasarla a un gráfico estadístico. Sin embargo, con respecto a las representaciones gráficas, hemos encontrado algunos errores procedimentales, como en el caso de los diagramas de barras. Ello está justificado por las múltiples variantes que admiten los diagramas de barras, ya que éstos se pueden construir de muchas formas, todas ellas correctas, acrecentado por la “alfabetización gráfica” recibida en el entorno extraescolar (medios de comunicación y prensa escrita principalmente).

Esto se ha reflejado en este estudio dos maneras distintas. Hay alumnos que aprenden a denominar las barras poniendo el nombre en el centro para las variables discretas y cualitativas, y utilizan la misma técnica en el histograma, sin tener en cuenta los intervalos. Y encontramos alumnos que, siguiendo la técnica que han aprendido para el histograma, colocan el nombre de la modalidad en el extremo de la barra para variables discretas y cualitativas. Parece un problema de no discernir lo cualitativo, lo discreto y lo continuo (o lo agrupado en intervalos).

Parece, por tanto, que este problema se debe abordar desde una enseñanza que incida en diferenciar las gráficas de barras para variables discretas o cualitativas frente al histograma para las variables continuas.

Otro punto conflictivo es el uso de áreas, en lugar de peso, para representar frecuencias en los histogramas. Esta claro que los histogramas son

mucho más difíciles conceptualmente y por eso causan mayores problemas a los alumnos.

Con respecto a la recta numérica, hemos encontrado respuestas que evidencian su poco dominio. Para los alumnos fue más fácil interpretar puntos marcados en la recta que colocarlos, aunque la dificultad parece depender de los números.

Aunque ha sido una minoría, hemos observado que hay alumnos que dan el mismo tratamiento a la recta numérica que a las representaciones gráficas, lo que nos da indicios para seguir investigando en esta línea.

Sin embargo, hay otros que cometen errores en el histograma que, creemos, no son atribuibles a un desconocimiento de la recta.

Pensamos que en ocasiones los errores de procedimiento en el histograma no implican necesariamente que la información que se extraiga sea incorrecta, ya que el error cometido puede no incidir directamente en dicha información.

Por otra parte hemos encontrado que, en ocasiones, interpretaciones correctas de los gráficos estadísticos esconden errores de conocimiento de la recta. Esta conclusión es la que nos lleva a la necesidad de realizar un estudio más en profundidad y con mayor variedad de cuestiones.

Referencias bibliografía

- Behar, R. y Grima, P. (2001). Mil y una dimensiones del aprendizaje de la estadística. *Estadística Española*. 43, 148, 189-207.
- Bruno, A. y Cabrera, N. (2005). Estudio de representaciones en la recta de los números negativos con alumnos de Educación Secundaria. *XII Jaem*. Albacete (por aparecer).
- Catena, A., Ramos, M. y Trujillo, H. (2003). *Análisis multivariado. Un manual para investigadores*. Biblioteca nueva. Madrid.
- Estrada, A., Batanero, C. y Fortuny, J.M. (2004). Un estudio comparado de las actitudes hacia la estadística en profesores en formación y en ejercicio. *Enseñanza de las Ciencias*. 22, 2, 263-274.

- Frield, S., Curcio, F. and Bright, G. (2001). Making sense of graphs: critical factors influencing comprehension and instructional implications. *Journal for Research in Mathematics Education*, 32, 2, 124-158.
- Gras, R. (1996). *L'implication Statistique. Nouvelle Méthode Exploratoire de Donnés*. La Pensée Sauvage. Francia.
- Moore, D. (1998). *Estadística Aplicada Básica*. Antoni Bosch editorial D.L. Barcelona.

Anexo 1. Prensa.

ECONOMÍA

66

EL PAÍS, domingo 10 de octubre de 2004

Los precios del gasóleo y las gasolinas rompen marcas históricas prácticamente cada semana y las previsiones no son nada halagüeñas. La cotización del petróleo registra máximos casi cada día en los mercados de Londres y Nueva York, donde

el barril ya ha llegado a 49 y 53 dólares respectivamente. Los problemas que impulsan los precios (la guerra en Irak, la inestabilidad en Nigeria, la crisis de Yukos y la escasez de carburantes en EE UU por los daños que ha provocado la última

racha de huracanes a la industria del refino) no parece que vayan a solucionarse a corto plazo. La escalada de los carburantes ha reavivado la protesta social y reabierto el debate sobre la competitividad del sector en España.

Malos tiempos para repostar carburantes

La imparable subida del gasóleo y de las gasolinas desata las quejas de los sectores afectados

El mercado de carburantes

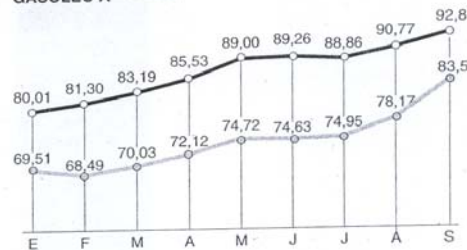
■ PRECIOS (En euros)

	Gasolina 95	Gasóleo
Bélgica	1,08	0,864
Chipre	0,804	0,759
República Checa	0,861	0,799
Dinamarca	1,133	0,919
Alemania	1,148	0,942
Grecia	0,823	0,774
España	0,901	0,792
Estonia	0,696	0,664
Francia	1,069	0,910
Hungría	0,999	0,922
Irlanda	0,991	0,918
Italia	1,154	0,968
Letonia	0,715	0,642
Lituania	0,779	0,722
Luxemburgo	0,912	0,746
Malta	0,9	0,736
Holanda	1,261	0,93
Austria	0,966	0,829
Polonia	0,87	0,753
Portugal	1,061	0,816
Eslovaquia	0,896	0,880
Eslovenia	0,857	0,79
Finlandia	1,155	0,847
Suecia	1,096	0,94
Reino Unido	1,19	1,219
EUR 25	1,099	0,921
EUR 12	1,098	0,893
EUR 15	1,120	0,931

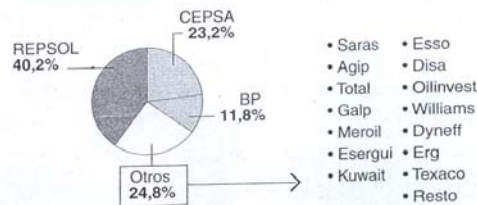
■ PRECIOS MEDIOS NACIONALES EN 2004

PVP (cts/l)

GASOLINA 95
GASÓLEO A



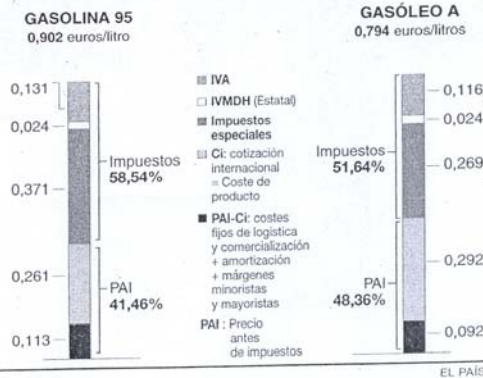
■ CUOTA DE MERCADO 2003 DEL TOTAL DE PRODUCTOS COMERCIALIZADOS EN ESPAÑA



■ CARGA IMPOSITIVA DE COMBUSTIBLES Y CARBURANTES EN UE-15 (Euro/litro) en enero 2004

	SIN PLOMO 95	GASÓLEO A
	II,EE* IVA%	II,EE* IVA%
Bélgica	0,522 21	0,304 21
Dinamarca	0,546 25	0,369 25
Alemania	0,654 16	0,470 16
Grecia	0,296 18	0,245 18
Francia	0,589 19	0,416 19,6
Irlanda	0,44 21	0,368 21
Italia	0,558 20	0,403 20
Luxemburgo	0,44 12	0,252 15
Holanda	0,664 19	0,380 19
Austria	0,424 20	0,310 20
Portugal	0,517 19	0,299 19
Finlandia	0,59 22	0,346 22
Suecia	0,525 25	0,365 25
Reino Unido	0,680 17,5	0,680 17,5
España	0,395 16	0,293 16
Media UE-15	0,533 19,65	0,372 19,86

■ COMPOSICIÓN DE LOS PRECIOS EN ESPAÑA



Fuente Ministerio de Economía, CORES y Boletín Petrolero UE.

EL PAÍS

Anexo 2. Cuestionario.

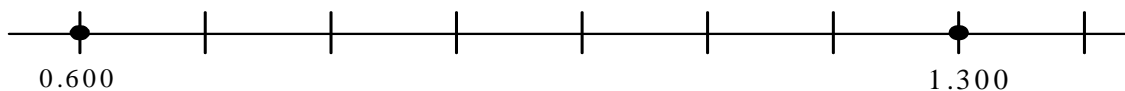
Nombre:

Especialidad:

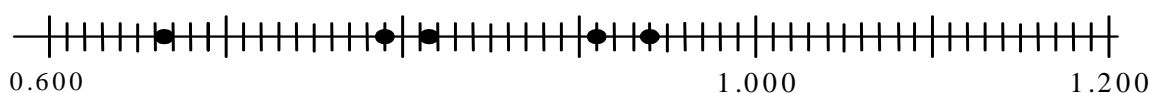
Observa la información sobre los precios de los carburantes en los diferentes países de la Unión Europea (UE) (EL PAÍS, 10 de octubre de 2004)

- 1) Utilizando la información de la tabla “**El mercado de carburantes**”, señala en la recta el precio de la *Gasolina 95* de los países que te indicamos a continuación:

Bélgica, España, Francia, Reino Unido y Finlandia



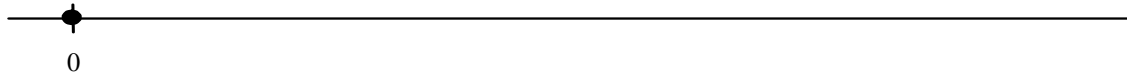
- 2) Observa la información sobre el *Gasóleo* en la tabla “**El mercado de carburantes**” e indica a qué países corresponden las precios del *Gasóleo* señalados con un punto en la siguiente recta:



- 3) Teniendo en cuenta los datos que están al final de la tabla “**El mercado de carburantes**” (sombreados en gris), construye un diagrama de barras que muestre los precios del *Gasóleo* de **EUR 25**, **EUR 12** y **EUR 15**.

4) Representa con otro gráfico los datos de diagrama de sectores sobre la “**Cuota de mercado 2003 del total de productos comercializados en España**”, de las compañías de petróleo (Cepsa, Repsol, Bp y Otros).

5) Con la información de la tabla “**Carga impositiva de combustibles y carburantes en UE-15**” sobre la *Gasolina sin plomo 95* (columna encabezada por II.EE), señala en la recta los impuestos de los siguientes países: Italia, Finlandia, Reino Unido y España.



6) Con los datos de la gasolina 95 del “**El mercado de carburantes**” construye una tabla con las frecuencias absolutas y relativas, en la que se agrupen los datos en intervalos de igual longitud, tomando como valor mínimo 0.600 y máximo 1.300. A continuación, construye el histograma correspondiente utilizando las frecuencias relativas.