



LA MEDIA ARITMÉTICA

Israel García Alonso
Juan Antonio García Cruz

Universidad de La Laguna

Resumen.

En este artículo se hace una revisión de tres trabajos que versan sobre la media aritmética. Cada uno de ellos trata distintos aspectos de dicho concepto.

El primer artículo trata sobre las distintas características que presenta la media y cómo las comprenden los alumnos. El segundo se centrará en la representatividad que tiene la media aritmética y en las dificultades que presenta a los alumnos. Y el tercer y último trabajo, trata de cómo esas dificultades se extienden incluso a alumnos que están en la universidad y dará algunas ideas de por qué ocurre esto.

Abstract

This paper consists of a revision of three other papers about the arithmetic mean. Different aspects of the mean are outlined. The first one deals with characteristics that are present in the mean and the development of children's understanding. The second one focuses on its representativeness and difficulties that students have to cope with it. And the third paper is about the mistakes that, even university students, have when they cope with arithmetic mean and why it happens to them.

Introducción

Con este artículo pretendemos dar una visión de algunos estudios realizados sobre la media aritmética. Para ello hemos escogido tres artículos sobre la media aritmética que, en cierto modo, han ido marcando distintas pautas de investigación sobre el concepto. Cada uno se centra en aspectos distintos de la media aritmética. Así, el primer artículo trata sobre las características que presenta este concepto, el segundo se centra en una de estas características: la representatividad. El tercer artículo hace un estudio de las dificultades que los estudiantes universitarios tienen con la media aritmética.

Estos artículos tienen en común la dificultad que tienen los alumnos con el concepto de media aritmética y todo lo que ello conlleva, y cómo, a pesar de lo simple que puede resultar su cálculo, las dificultades que presenta. Es más, las investigaciones indican que incluso los maestros en formación tienen dificultades de comprensión.

El artículo de Strauss y Bichler: The development of children's concepts of the arithmetic average

Esta investigación se llevó a cabo en Israel con dos objetivos bien diferenciados. Por un lado se pretendía analizar las propiedades del concepto de promedio, y por otro se quería evaluar los efectos que podrían producir los materiales, tanto respecto del tipo de dato (continuo-discreto) como del medio empleado (historia, concreto, numérico). Además se planteó la posibilidad de diferentes caminos para desarrollar la comprensión de las propiedades de la media aritmética.

La metodología fue la denominada “modelo de desarrollo evolutivo”. Consiste en conocer cómo van evolucionando los elementos claves del concepto a lo largo de una etapa. Este conocimiento nos va a permitir influir de manera

significativa en su instrucción. Para ello, escogieron a 80 alumnos de 8, 10, 12 y 14 años. Un dato importante que debe tenerse en cuenta es que los alumnos reciben instrucción sobre la media aritmética a los 12 años.

La media aritmética es un concepto que los alumnos no asimilan de manera espontánea. Por esta razón, y por estar incluido en el currículo realizaron esta investigación.

Lo primero que se plantearon los investigadores fue conocer cuáles son las características que tiene la media aritmética. Si se conocen, se puede construir mejor el concepto y caracterizar las dificultades que se presentan cuando se construye.

Según Strauss y Bichler, las características que debemos tener en cuenta las engloban atendiendo a tres aspectos:

- Estadístico
- Abstracto
- Representativo

Estadístico

A) *La media está localizada entre los valores extremos.* No se puede dar un valor de la media que se encuentre por encima del máximo valor que toman los datos, ni por debajo del mínimo.

B) *La suma de las desviaciones a la media es cero.* Si la media de 3, 5 y 7 es 5, entonces ocurre que $(3-5) + (5-5) + (7-5) = 0$. Esta propiedad proviene directamente del cálculo que hacían los griegos para hallar la media aritmética. Ellos sólo la calculaban para dos valores y era aquel valor x que cumplía que: $a - x = x - b$. Si lo extendemos a más valores logramos la propiedad que antes indicábamos.

C) *La media se ve influenciada al añadir otros datos distintos de la media.*

Desde que se añade otro dato nuevo en una distribución, la media cambia.

Abstracto

D) *La media no es necesariamente igual a un valor que se haya sumado.*

Esta propiedad entra dentro del aspecto abstracto que tiene este parámetro, pues puede ocurrir que la media sea un valor que no pertenezca al mismo conjunto numérico que los elementos de la distribución de la que proviene.

E) *La media puede ser una fracción que no sea posible en la realidad.* Es

típico el ejemplo de haber estudiado el número de hijos por familia, y cuando calculamos el valor medio obtenemos un dato que es imposible que se dé. Por ejemplo: 1.6 hijos.

F) *Cuando calculamos la media, si aparece un valor cero, este se debe*

tener en cuenta. Estamos en la misma situación del apartado C. Siempre y cuando la media no sea cero, los valores que añadimos hacen que la media varíe.

Representativo

G) *La media es un valor representativo de los valores que se están*

promediando. Esta característica es fundamental y es la que hace que la media tenga la importancia que tiene. Profundizaremos más adelante en ella.

Si nos centramos en qué propiedades resultan más sencillas y cuáles más difíciles, Straus y Bichler (1988) resaltaron que para los alumnos, las características A, C y D son más sencillas en su comprensión que la

características B, F y G. Destacaron que la representatividad es un escollo que deben salvar los alumnos cuando tienen que estudiar la media aritmética.

Como hemos indicado anteriormente, con esta investigación se pretendía además, ver cómo evolucionaban las diferentes características de la media aritmética a lo largo de la etapa que se estaba estudiando. Es por ello que nos centraremos ahora en los *trazos de desarrollo evolutivo*, esto es, las diferentes respuestas dadas por los alumnos a los problemas planteados y en qué porcentaje dieron cada respuesta, atendiendo a la edad.

A continuación presentamos un ejemplo de ítem empleado para cada característica y los *trazos de desarrollo evolutivo* encontrados en el estudio.

Propiedad A. La media se localiza entre los valores extremos.

Los alumnos de una clase deciden celebrar una fiesta en la playa. Cada uno lleva papas para asar. David es el que más papas lleva, 3. Cuando estaban listas para comer, los alumnos decidieron repartir todas las papas, de forma que todos tuvieran la misma cantidad. Cuando se repartieron cada chico recibió 4 papas.

¿Crees que esto es posible? ¿Por qué crees que esto pudo (o no pudo) haber ocurrido? [*Historia – datos discretos*]

Respuestas dadas atendiendo a la edad:

- i. Es imposible que todo el mundo consiga más papas que David que es la persona que más trajo.

8 (33%) – 10 (62%) – 12 (55%) – 14 (50%)

- ii. No puede ser que todos consigan más de lo que cada alumno trajo.

8 (25%) – 10 (27%) – 12 (22%) – 14 (10%)

- iii. Si añadimos pequeñas cantidades cada alumno podrá conseguir más que el que más trajo.

8 (25%) – 10 (6%) – 12 (11%) – 14 (4%)

Aquí observamos que hay un porcentaje alto de alumnos que responden correctamente a esta propiedad.

Propiedad B. La suma de las desviaciones a la media es cero.

Los alumnos traen caramelos a una fiesta. Algunos traen muchos y otros traen pocos. Los alumnos que traen muchos deciden dar a los alumnos que traen pocos hasta que todo el mundo tenga la misma cantidad de caramelos.

¿Será la cantidad de caramelos dada por los que trajeron muchos, igual a la cantidad de caramelos recibida por los que trajeron pocos? ¿Será mayor? ¿Será menor? ¿Por qué crees que es así?

[Historia – datos discretos]

Respuestas dadas atendiendo a la edad:

- i. No podemos saber la respuesta pues no sabemos cuántos niños había ni cuántos caramelos trajeron.

8 (50%) – 10 (55 %) – 12 (44%) – 14 (36%)

Esta propiedad aparecía como una de las que más dificultades presentaba para los alumnos. Esto se ve reflejado en la respuesta. Esta es errónea y la da un alto porcentaje de los alumnos, incluso después de haber trabajado con la media aritmética en clase.

Propiedad C. La media se ve influenciada al añadir otros datos distintos de la media.

El lunes cada alumno trajo a clase una cierta cantidad de boliches. Cuando se los repartieron, de forma que cada alumno tuviera la misma cantidad, resultó que cada uno tuvo 2 boliches. El martes cada alumno trajo los mismos boliches a clase, salvo Daniel que trajo unos cuantos más. Los juntaron todos y los volvieron a repartir de forma que cada alumno recibiera la misma cantidad de boliches. Cuando esto se hizo, cada alumno quedó con 2 boliches.

¿Crees que esto es posible? ¿Por qué crees que esto pudo (o no pudo) haber ocurrido?

[Historia – datos discretos]

Respuestas dadas atendiendo a la edad:

- i. Alguien trajo más la segunda vez luego cada uno recibirá una cantidad extra.

8 (78%) – 10 (81%) – 12 (75%) – 14 (55%)

- ii. El promedio aumenta cuando una cantidad aumenta.

8 (0%) – 10 (0%) – 12 (10%) – 14 (10%)

iii. Los alumnos no han cambiado pero sí el número de boliches.

8 (0%) – 10 (0%) – 12 (1%) – 14 (13%)

Esta propiedad se consideró sencilla por parte de los alumnos. Destacaron que a partir de los 12 años, precisamente cuando se trabaja en clase con la media aritmética, hubo alumnos que daban otras respuestas. Esto no ocurría a edades más tempranas.

Además, los autores concluyen que hay razones para pensar que existen diferentes caminos para desarrollar las propiedades de la media aritmética. También destacaban que es importante conocer las diferentes dificultades que conllevan las propiedades de la media y su desarrollo por los alumnos, ya que de esta forma se podía establecer un currículo adecuado al grado de dificultad. Reconocen que en la formulación de los distintas cuestiones han utilizado un lenguaje muy semejante lo que produce unas respuestas de los alumnos muy homogéneas. De todas formas, ellos justificaban esto, pues necesitaban que los alumnos no se sintieran confundidos por las palabras, sino que se centraran en la diferencia del tipo de variable. Concluyeron que no hubo diferencias entre los distintos medios de presentación de las cuestiones y tampoco encontraron diferencias entre las cuestiones discretas y continuas.

Los autores proponen en su trabajo que los estudios posteriores deberían centrarse en:

- Estudiar el material curricular y hacerlo coherente con lo que conocemos sobre la construcción del concepto de media aritmética por los alumnos.

- Buscar actividades que desarrollen las distintas propiedades aquí expuestas sobre la media aritmética y llevarlas al aula, y estudiar su repercusión en el desarrollo del concepto por los alumnos.

El artículo de Mokros y Russell: Children's concepts of average and representativeness.

Esta investigación, realizada en Australia y Tasmania, pretende profundizar en la característica por excelencia que tiene la media aritmética: *la representatividad*. Plantean que se trata de un concepto básico desde el momento en que se necesita describir un conjunto de datos de forma concisa.

Se hace un análisis de los estudios previos relativos a la media aritmética, y se encuentra que, por un lado tratan sobre el reparto equitativo y no interviene la noción de representatividad; y por otro lado identifican varias características y describen cómo las van asimilando los estudiantes a lo largo de una etapa, pero en ningún momento se da explicación de cómo construyen los indicadores centrales cuando trabajan con conjuntos de datos.

En su investigación indican que la media aritmética va a ser la primera relación entre números particulares con la que se encuentran los alumnos; y por otro lado, la comprensión del valor de esta relación y su poder requiere movernos hacia unas Matemáticas más abstractas, lo que puede explicar que no sea un concepto que puedan adquirir los estudiantes de manera espontánea.

Se plantean dos cuestiones principales a las que quieren dar respuesta:

1. Cuando se pide describir un conjunto de datos reales, ¿cómo construyen e interpretan los estudiantes la representatividad?
2. ¿Cómo entienden los estudiantes este objeto matemático y cómo lo conectan con su comprensión matemática informal?

Para dar respuesta a estas preguntas proponen a 21 estudiantes de 9, 11 y 13 años 7 problemas, de los que 4 se eligen para desarrollar la investigación. Los problemas son los siguientes:

Problema de construcción

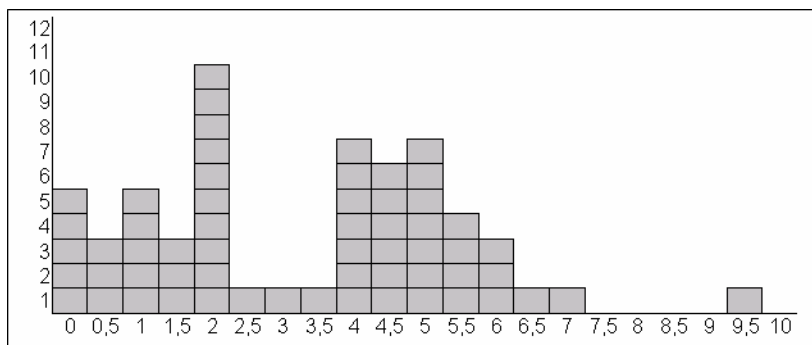
Estamos interesados en poner el precio de ocho botellas de agua de tal forma que el precio medio sea de 0'45 euros.

a) Da los precios utilizando el valor medio como precio de las botellas de agua.

b) Da los precios sabiendo que en ningún momento se permite utilizar dicho precio medio como precio de botellas de agua.

Problema de interpretación

*Dada la siguiente gráfica que indica la paga percibida por una serie de estudiantes de la clase en la que se encuentran, se pide que imaginen que sus padres les han prometido darles la paga que sea la **media** para la clase que está representada en la gráfica. Deben dar cuál sería la paga que les darían sus padres.*



Problema de media ponderada

Debes decidir si 10 personas pueden utilizar un ascensor que tiene como peso límite 675 kg, sabiendo que el peso medio de seis hombres es de 81 kg y el peso medio de cuatro mujeres es de 56 kg. ¿Cuál es el peso medio de las diez personas?

Tras el estudio de las respuestas encontraron que los estudiantes, o bien, poseían una concepción de la media que no era representativa de los datos estudiados, o bien, que sí lo era. A su vez, dentro de cada uno de estos aspectos de la media, podían identificarla de la siguiente forma:

A. La Media no es vista como valor representativo de los datos

- Media como moda*
- Media como algoritmo*

B. La Media es vista como valor representativo de los datos

- Media como algo razonable*
- Media como punto medio*
- Media como punto matemático de equilibrio*

Los estudiantes que presentan este tipo de concepciones de la media tienen las características que ahora pasamos a detallar:

Media como moda

- ❖ Interpretan la moda sólo como “el valor que más veces aparece”, no como dato representativo.
- ❖ Son incapaces de construir una distribución cuando no se permite utilizar la media dada como dato.
- ❖ Rara vez utilizan el algoritmo de la media, o lo hacen de forma incorrecta.
- ❖ Utilizan pensamientos basados en su propia experiencia para dar las soluciones.

Media como algoritmo

- ❖ Directamente utilizan el algoritmo para el cálculo de la media.
- ❖ Poseen estrategias limitadas para determinar la razonabilidad de las soluciones.

Media como razonable

- ❖ La media la escogen representando a los datos desde la perspectiva matemática y el sentido común.
- ❖ Utilizan su experiencia de la vida real para juzgar si un promedio es razonable.
- ❖ Creen que la media no es un valor preciso, sino una aproximación que podría tomar un valor u otro.

Media como punto medio

- ❖ Utilizan la simetría cuando construyen una distribución de datos en torno a un promedio.
- ❖ Piensan que la media y la mitad son equivalentes.

Media como punto de equilibrio matemático

- ❖ Buscan un punto de equilibrio para representar los datos.
- ❖ Tienen en cuenta cada uno de los valores del conjunto de datos.
- ❖ Relacionan correctamente la media, la suma total y los datos.

Llegaron a la conclusión de que la *media* es una medida del centro de los datos, un valor que representa aspectos del conjunto de datos como un todo. Por ello, la construcción de cualquier noción de *representatividad* requiere como prerequisite la idea del conjunto de datos como una unidad. Hay que ver los datos globalmente.

Por otro lado, construir la idea de *representatividad* es fundamental para cualquier trabajo con promedios y es un requisito para desarrollar las definiciones de promedios particulares como son la *media* o la *mediana*

En su investigación, se refieren a los aspectos *Razonable*, *Punto medio* y *Punto de equilibrio* como aquellos que construían la *definición* de media aritmética. Así:

Razonable: trabaja con una definición cualitativa (no precisa) de *representatividad*.

Punto medio: Es la definición de representatividad algo más precisa. Pero cuando aparecen situaciones de distribuciones no simétricas, no saben cómo trabajar con la media, pues no representa el punto medio.

Punto de equilibrio: El alumno que se encuentra en este estadio está construyendo, no solo el concepto de media, sino la idea de definición matemática. La *representatividad* está inmersa en su visión de media, como equilibrio matemático preciso.

Una de las cuestiones que surgieron tras la investigación es: *¿cómo los alumnos llegan a comprender la media como punto matemático de equilibrio?* Esta cuestión quedó sin respuesta en esta investigación, pues, como ellos mismos apuntaron, no había ningún estudiante que se encontrara en este estadio propiamente dicho, sino que hubo dos estudiantes de cuyas respuestas se intuía una aproximación a las características correspondientes al punto de equilibrio descritas.

Algo muy interesante que apuntaron en su investigación, es que la *introducción prematura* del algoritmo de cálculo de la media hace que los estudiantes pierdan el significado de *representatividad* que conlleva este parámetro. Los estudiantes poseen estrategias para resolver los problemas de promedios, que pierden desde el momento que conocen el algoritmo. Además se ven imposibilitados para desarrollar de manera correcta el concepto de *representatividad*.

Concluyeron diciendo que el *“trabajo con estudiantes así como con adultos nos llevan a sospechar que la media aritmética es un objeto matemático de inapreciada complejidad (que se esconde tras un sencillito algoritmo de cálculo) y que debería introducirse relativamente tarde, después de que los estudiantes hayan desarrollado una buena base de la idea de representatividad”*.

El artículo de Batanero, Godino y Navas: Concepciones de maestros de primaria en formación sobre los promedios

Con la reforma curricular promovida por la LOGSE, se potencian los temas de probabilidad y la estadística. Con la finalidad de adecuar la enseñanza de este contenido, se hace un estudio a los estudiantes de Magisterio. Un hecho curioso es que los estudiantes de Magisterio presentan dificultades similares a las que aparecerán en sus futuros alumnos.

La investigación se lleva a cabo en estudiantes de 1º de Magisterio y de 2º de Pedagogía. Se les pasa un cuestionario elaborado por Konold y Garfield (1993) de evaluación de conocimientos sobre nociones estadísticas y probabilísticas elementales. De todas las cuestiones que aparecen en el cuestionario se escogen las preguntas relacionadas con la comprensión de los promedios.

CUESTIÓN 1

Un objeto pequeño se pesó con un mismo instrumento, separadamente por nueve estudiantes en una clase de ciencias. Los pesos obtenidos por cada estudiante (en gramos) se muestran a continuación:

6.2 6.0 6.0 15.3 6.1 6.3 6.2 6.15 6.2

Los estudiantes quieren determinar con la mayor precisión posible el peso real del objeto. ¿Cuál de los siguientes métodos les recomendarías usar?

- a) Usar el número más común, que es 6.2*
- b) Usar 6.15, puesto que es el dato más preciso*
- c) Sumar los 9 números y dividir la suma por 9*
- d) Desechar el valor 15.3; sumar los otros 8 números y dividir por 8*

COMENTARIO:

Se trata de un problema donde se dan distintas respuestas, con un significado concreto para cada uno de ellas. Así, si el alumno responde al apartado:

- a) Sugiere que el alumno ha escogido como respuesta la moda.
- b) Sugiere que el alumno ha confundido la palabra precisión con cantidad de decimales.

- c) Realiza el cálculo algorítmico de la media
- d) Conoce que la media es sensible a valores extremos y por tanto se debe desechar el valor atípico, dado que es un error de cálculo. Esta es la respuesta correcta.

CUESTIÓN 2

Una profesora quiere cambiar la disposición de los asientos en su clase, con la esperanza de que ello incremente el número de preguntas que hacen sus alumnos. Primero, decide ver cuántas preguntas hicieron los estudiantes con la colocación actual de los asientos. Un registro del número de preguntas hechas por sus 8 estudiantes durante una clase se muestra en la tabla.

La profesora quiere resumir estos datos, calculando el número típico de preguntas hechas ese día. ¿Cuál de los siguientes métodos le recomendarías que usara?

- a) Usar el número más repetido, es decir el 2
- b) Sumar los 8 números y dividir por 8
- c) Descartar el 22, sumar los otros 7 números y dividir por 7
- d) Descartar el 0, sumar los otros 7 números y dividir por 7

	INICIALES DEL ALUMNO							
Alumnos	AA	RF	AG	JG	CK	NK	JL	AW
Número de preguntas	0	5	2	22	3	2	1	2

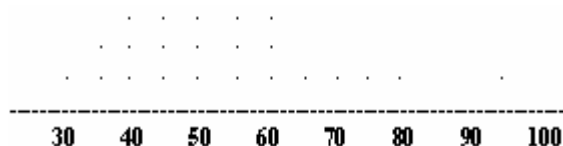
COMENTARIO:

Aquí el valor extremo es importante y se debe tener en cuenta. Así, las distintas respuestas son:

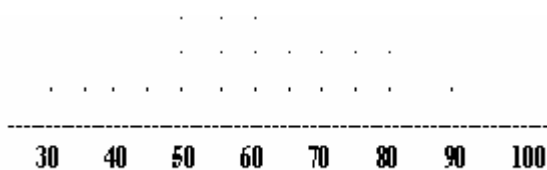
- a) Introduce la moda como preferible a la media para representar los datos
- b) Cálculo del valor de la media con todos los datos.
- c) Propone descartar el valor atípico.
- d) Propone descartar el valor nulo.

CUESTIÓN 3

Veinte estudiantes universitarios participaron en un estudio sobre el efecto del sueño sobre las puntuaciones en los exámenes. Diez estudiantes, voluntariamente, estuvieron despiertos toda la noche anterior al examen (grupo que no durmió). Los otros 10 estudiantes (el grupo de control) se acostaron a las 11 de la noche anterior al examen. Las puntuaciones en el examen se muestran en los gráficos siguientes. Cada punto representa la puntuación de un estudiante particular. Por ejemplo, los dos puntitos encima del número 80 en el gráfico inferior indican que dos estudiantes en el grupo de control tuvieron una puntuación de 80 en el examen.



Puntuación grupo que no durmió



Puntuación grupo que durmió

Escoge la respuesta con la que estés más de acuerdo:

a) El grupo que no durmió lo hizo mejor porque ninguno de estos estudiantes puntuó por debajo de 40 y la máxima puntuación fue obtenida por un estudiante de ese grupo.

b) El grupo que no durmió lo hizo mejor porque su promedio parece ser un poco más alto que el promedio del grupo que no durmió.

c) No hay diferencia entre los dos grupos, porque hay un solapamiento considerable en las puntuaciones de los dos grupos.

d) No hay diferencia entre los dos grupos, porque la diferencia entre sus promedios es pequeña comparada con la variación de sus puntuaciones.

e) El grupo de control lo hizo mejor porque hubo en ese grupo más estudiantes que puntuaron 80 o por encima.

f) El grupo que durmió lo hizo mejor porque su promedio parece ser un poco mayor que el promedio del grupo que no durmió.

COMENTARIO:

Los distractores que aparecen en estas respuestas son:

a) Valorar las diferencias basándose sólo en los máximos y los mínimos de las distribuciones.

- b) Valorar las diferencias basándose sólo en los promedios, sin descartar los valores atípicos. Puesto que éstos afectan bastante al valor de la media se obtendría una conclusión errónea.
- c) Tener en cuenta sólo la dispersión de los datos (en particular el recorrido que es parecido) y no los promedios.
- d) Este distractor es parcialmente cierto, aunque como la dispersión es similar en los dos conjuntos de datos existen diferencias de promedios, aunque sea pequeña.
- e) Juzgar la diferencia entre los grupos usando sólo parte de la distribución.
- f) Respuesta correcta. Si se descartan los valores atípicos, el promedio de la segunda muestra es superior al de la primera.

CUESTIÓN 4

El comité escolar de una pequeña ciudad quiere determinar la media del número de niños por familia en su ciudad. Dividen el número total de niños de la ciudad por 50, que es el número de familias. ¿Cuál de las siguientes frases debe ser cierta si la media del número de niños por familia es 2.2?

- a) La mitad de las familias de la ciudad tiene más de 2 niños.*
- b) En la ciudad más familias tienen 3 niños que 2 niños.*
- c) Hay un total de 110 niños en la ciudad.*
- d) Hay 2.2 niños por adulto en la ciudad.*
- e) El número más común de niños en una familia es 2.*

COMENTARIO:

Cada una de las respuestas se corresponde con distintas formas de interpretación que se dan de la media:

- a) El alumno estaría dando como solución la mediana, como valor próximo a la media.
- b) El alumno estaría diciendo que la mediana está por encima de 3, lo que es falso, porque en distribuciones con asimetría a la derecha, la mediana es inferior a la media.
- c) Requiere una comprensión correcta del cálculo del algoritmo de la media. Más concretamente, del cálculo de totales.
- d) Se produce una confusión entre el “número de familias” y el “número de adultos”.
- e) El alumno estaría dando como solución la moda, que interpreta como valor próximo a la media.

En la siguiente tabla se muestran los resultados obtenidos para cada cuestión:

ITEM	CORRECTO	INCORRECTO	PRINCIPAL DISTRACTOR
1	51.5%	48.5%	C: No desechar el valor atípico
2	22.3%	77.6%	B: No descartar el valor atípico
3	50.9%	49.1%	A/B: No descartar los valores atípicos C/D: Sobrevalorar la dispersión

ITEM	CORRECTO	INCORRECTO	PRINCIPAL DISTRACTOR
4	26.4%	73.4%	E: Suponer una distribución simétrica

Análisis de los distractores:

Seguidamente en el artículo se hizo un análisis de las respuestas dadas por los estudiantes atendiendo a los distractores escogidos. Cada uno de los apartados indicaban las diferentes concepciones que sobre la media podían tener los estudiantes. Este análisis llevó a los investigadores a distintas conclusiones.

Destacaron que *no es fácil para los alumnos el tratamiento de valores atípicos*. Esto apuntaba a una descontextualización de la enseñanza de la estadística recibida y a una falta de conocimiento funcional.

Las posiciones relativas de la media, moda y mediana resultaron complicadas, pues los alumnos suponían todas las distribuciones simétricas. Esto se debe a la falta de contextos realistas.

Y además, cuando realizaban comparaciones de distribuciones, solían tomar sólo parámetros centrales; no tenían en cuenta la dispersión.

Por tanto, existían errores conceptuales y grandes dificultades cuando se realizaba una aplicación práctica de los conocimientos de los promedios.

Como explicación del alto porcentaje de errores indicaron que había:

- Escaso o nula dedicación en Primaria y Secundaria al tratamiento adecuado de valores atípicos.
- Enseñanza de promedios centrada en algoritmos.

Concluyeron que hay que dedicar una atención preferente a la interpretación de resultados y a las condiciones de aplicación de los procedimientos estadísticos. No se puede basar la enseñanza de la estadística en un aprendizaje de algoritmos sin sentido. Hay que contextualizarlos e interpretar los datos que se obtienen de los cálculos.

Conclusiones

Del estudio de estos trabajos podemos extraer, entre otras, las siguientes conclusiones:

- ❖ La media aritmética es un concepto de inapreciada complejidad. Por lo general los educadores solo potencian su aspecto algorítmico.
- ❖ Se trabaja con la media aritmética en situaciones descontextualizadas, enfocadas únicamente al uso del algoritmo.
- ❖ No se potencia en los estudiantes el trabajo de los aspectos estadístico, abstracto o representativo, que Bichler y Strauss comentan, que tiene este concepto. Con lo cual se están perdiendo muchas características que definen este concepto. Esto provoca que se tenga una idea sesgada de lo que es la media aritmética.
- ❖ Uno de las características más importantes que presenta la media es su capacidad para representar a un conjunto de datos. Pero no se trabaja de manera adecuada. Actividades como buscar la distribución que cumpla tener una media dada, son importantes para poder entender qué significado tiene que la media sea representativa de un conjunto de datos, pues serán muchas las distribuciones que posean una misma media.

- ❖ Una introducción prematura del algoritmo de la media hace que los estudiantes pierdan el significado de representatividad. El algoritmo de cálculo bloquea en los estudiantes la posibilidad de desarrollo correcto del concepto de representatividad inherente al de media aritmética.
- ❖ Los estudiantes desconocen cómo actuar en situaciones en las que aparecen valores atípicos. Estos valores son muy comunes en la recolección de datos, por ello es importante que sepan qué hacer y cómo influyen en la media.
- ❖ Los estudiantes no son capaces de discriminar qué promedio es el más adecuado en cada situación. Y en determinadas ocasiones interpretan la media confundiéndola con otro parámetro de centralización.
- ❖ Es importante que cuando comparemos distribuciones la media aritmética vaya acompañada de algún parámetro de dispersión, pues una distribución no queda completamente descrita dando únicamente la media.

La situación se presenta compleja, pues los formadores de este concepto han bebido de esta fuente, con lo cual presentan las deficiencias que vemos en los estudiantes. Y hasta que los docentes no desarrollen todas las características que presenta la media, los estudiantes no podrán avanzar en este sentido. Se nos plantea, por lo tanto, conocer cómo podemos intentar frenar esta situación. Además, debemos preguntarnos qué es lo que ocurre con el resto de los parámetros estadísticos. ¿Se les está dando el tratamiento adecuado? Pero todo esto requerirá de otras investigaciones.

Referencias bibliográficas

- Batanero, C.; Godino, J. D.; Navas, F. (1997). Concepciones de maestros de primaria en formación sobre los promedios. *VII Jornadas LOGSE: Evaluación Educativa*, 310-314.
- Mokros, J.; Russell, S. (1995). Children's concepts of average and representativeness. *Journal for Research in Mathematics Education*, vol. 26, 20-39.
- Strauss, S.; Bichler, E. (1988). The development of children's concepts of the arithmetic average. *Journal for Research in Mathematics Education*, vol. 19, 64-80.

