



ANÁLISIS DE RESULTADOS DE UNA PRUEBA DE ÁLGEBRA CON ALUMNOS DE MAGISTERIO

María de las Mercedes Palarea Medina
Martín M. Socas Robayna

Universidad de La Laguna

Resumen

En este trabajo se describen e interpretan los resultados acerca de una prueba de Matemáticas (Hernández, Noda, Palarea y Socas, 2002) aplicada a alumnos del primer curso del Centro Superior de Educación de la Universidad de La Laguna; en especial se analizan las respuestas a ítems relativos al Álgebra, al uso y comprensión de las letras, en un contexto concreto como es el del cálculo de perímetros de líneas poligonales abiertas y cerradas.

La parte central de este trabajo es mostrar el análisis y la discusión de los datos mediante un sistema categorial de habilidades cognitivas de carácter conceptual y operacional, que se combina con el uso de redes sistémicas, entendidas éstas como medio de comunicación del resultado de una categorización aplicada a los datos recogidos.

Abstract

In this paper we describe and interpret the results of a Mathematics questionnaire applied to first course students of Primary Education Teaching, from the Higher Centre of Education of La Laguna University (Hernández, Noda, Palarea and Socas, 2002). Particularly, we analyse the answers to items related to Algebra and to the use and understanding of the symbols, in a concrete context as is the calculation of perimeters of opened and closed polygonal lines.

The core of this work is to show the analysis and the discussion of data by means of a system of categories of cognitive abilities of conceptual and operational kind which is combined with the use of systemic networks, used as a mean of communication of the results of a categorization applied to the collected data.

Introducción

El informe de investigación tiene como propósito general analizar diferentes ítemes de una prueba de Matemáticas aplicada a alumnos del primer curso del Centro Superior de Educación de la Universidad de La Laguna mediante el cruce de los datos que resultan de combinar redes sistémicas con un sistema categorial.

En trabajos anteriores (Palarea, Hernández y Socas, 2001), hemos analizado, desde diferentes perspectivas habilidades básicas en Matemáticas aportadas por alumnos del citado Centro Superior de Educación; sin embargo, lo que pretendemos ahora es presentar los resultados desde una perspectiva diferente, que combina un sistema de categorías establecido a priori con una organización mediante redes sistémicas.

En consecuencia, se ha optado por el uso del sistema categorial referido a las habilidades de carácter conceptual y operacional establecido en Palarea (1999), combinado o cruzado con el uso de redes sistémicas como instrumentos de organización y análisis de los datos cuantitativos y cualitativos, obtenidos en una prueba de habilidades básicas en Matemáticas.

Este trabajo es continuación de otra investigación más general en la que se estudian las habilidades básicas en Matemáticas de alumnos que inician los estudios de Maestro (Hernández, Noda, Palarea y Socas, 2002). Del cuestionario usado en este trabajo hemos seleccionado ítemes relativos al lenguaje algebraico y profundizamos en su análisis, tomando en consideración conjuntamente las redes sistémicas y el sistema categorial utilizado en estudios anteriores (Palarea, 1999).

A efectos de presentación, estructuramos este artículo en los siguientes apartados: instrumentos de análisis, diseño y desarrollo de la prueba, análisis y resultados generales de la prueba, análisis y resultados mediante redes sistémicas y el sistema categorial.

Instrumentos de análisis

Los instrumentos de análisis para los ítemes de lenguaje algebraico fueron dos: las redes sistémicas y un sistema categorial adaptado para el lenguaje algebraico (Palarea, 1999).

Redes Sistémicas

Las redes sistemáticas tienen su origen en el análisis de la Lingüística Sistémica que se ocupa de la descripción y representación del significado de los recursos semánticos del lenguaje (Bliss y Ogborn,1979). Las redes sistémicas se entienden como un medio de comunicación del resultado de una categorización aplicada a los datos recogidos, en las que la categorización es la actividad resultante de colocar los datos que se poseen en una serie de casilleros que han sido etiquetados para este fin. En este sentido, se puede interpretar una red sistémica como un mapa de las categorías escogidas durante el análisis de ciertos datos en el que se evidencian las relaciones que vinculan estas categorías (Bliss, Monk y Ogborn, 1983).

En general, para su construcción hay que reconocer previamente diferencias entre los datos recogidos para luego dar nombre a las categorías resultantes. El cómo hacerlo depende del propósito del analista y puede realizarse desde varios puntos de vista o centrandolo en un único aspecto. Esto se puede llevar a cabo involucrando un solo nivel de distinción o divisiones sucesivas de una categoría en categorías subsidiarias.

Sistema Categorial

No se puede obviar que la intención del trabajo de Palarea (1999), al ocuparse de las habilidades cognitivas de carácter operacional y conceptual en relación con el lenguaje algebraico, es contemplar el aspecto procedimental del currículo de Álgebra de la ESO como complemento a su aspecto conceptual que, posteriormente, pueda favorecer el aspecto actitudinal. Probado ello, el sistema categorial que establece comprende

tanto categorías de implementación didáctica, como categorías de contenidos algebraicos y de habilidades algebraicas.

En esta ocasión seleccionamos y adaptamos aquellas que tienen que ver con las habilidades algebraicas de carácter operacional y conceptual, relativas al tratamiento de expresiones algebraicas que son en consecuencia las que tratamos en este trabajo. Concretamente, de carácter conceptual, elegimos la *C2* y *C3* y de carácter operacional, las *O1* y *O3*, que se explicitan a continuación:

La categoría *C2* se caracteriza por contextualizar el lenguaje algebraico en general y, en particular las letras, como objeto geométrico y como número generalizado en un contexto de perímetro.

Los descriptores que consideramos en esta categoría son:

Registros de representación (RR).

Contextualización (C).

Letras como objetos geométricos en problemas de perímetro (OG).

El papel de las unidades de medida (UM).

La categoría *C3* se caracteriza por interpretar y comprender el significado de los signos, las letras y las expresiones algebraicas, incluido el signo igual.

Los descriptores que consideramos en esta categoría son:

Registros de representación (Utilización de registros personales, URP).

Uso e interpretación de las letras (CN, uso de las letras mal o bien, pues para analizar la interpretación harían falta más datos).

Sustitución Formal (Uso e interpretación de la particularización, SFP).

Análogamente, la *O1* significa realizar operaciones aritméticas en general o con letras, sin utilizar paréntesis.

Los descriptores son:

Modo de Resolución (MR).

Uso de propiedades (UP).

Tipos de respuestas (TR).

La *O3* significa hacer sustituciones formales referidas a los procesos de particularización.

Sus descriptores son:

Modo de resolución (MR).

Uso de propiedades (UP).

Tipos de respuestas (TR).

Uso de la particularización (SFP).

Nuestro propósito es, en consecuencia, desarrollar un diagrama de doble entrada que combina una entrada fija y categorizada mediante el sistema categorial con una entrada abierta y que se desarrolla mediante un diagrama parcial de árbol que se genera mediante las redes sistémicas.

Diseño y desarrollo de la Prueba

Características de la Prueba

Se trata de una Prueba de contenidos que consta de preguntas con uno o varios apartados, preguntas de elección múltiple y preguntas que requieren la construcción de la respuesta por parte del alumno y que ha sido descrita en Hernández, Noda, Palarea, Socas, 2002.

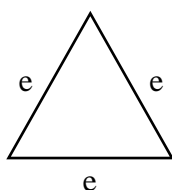
La prueba consta de 30 preguntas (49 ítems) y se ha diseñado teniendo en cuenta cinco áreas, que se corresponden con las de Matemáticas en la Educación Primaria y Secundaria y que responden a los siguientes bloques de contenidos:

Tabla 1

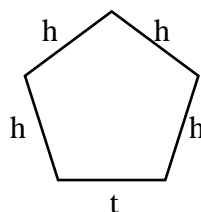
Bloques	Nº total de preguntas	Nº total de ítems	Nº de cada pregunta
Números y Operaciones	10	10	4,5,10,11,14,15,18,23,27,30
Medida	6	12	1,7,21,22,26,28
Geometría	5	5	2,6,8,13,19
Análisis de datos, Estadística y Probabilidad	4	6	3,16,20,24
Álgebra	5	16	9,12,17,25,29

En esta presentación comentamos los resultados de una de las treinta preguntas, la número 25 con sus cuatro ítems.

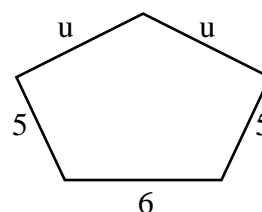
Calcula el perímetro de cada una de las siguientes figuras:



25-1) $P =$

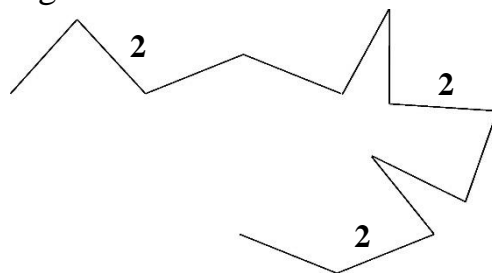


25-2) $P =$



25-3) $P =$

25-4) Parte de la siguiente figura no está dibujada, hay n lados en total, todos de longitud 2:



$P =$

Población

Las dos primeras fases se realizaron con alumnos pertenecientes a la Universidad de La Laguna (ULL), mientras que en la tercera fase han participado 833 alumnos de diferentes universidades españolas.

Tabla 2

Curso	Fase	(Especialidad) (Nº Alumnos)	Preguntas	Nº ítemes
2000-2001	1	(EP, LE, EM) (93)	60	107
	2	(EF, EI) (114)	42	73
2001-2002	3	EP, LE, EM (ULL, 104)	30	49
		Siete universidades (779)	30	49

La población referenciada en la primera parte de este estudio corresponde a 104 alumnos de la Universidad de La Laguna (EP 49; LE, 30 y EM, 25) que cursaron por primera vez la asignatura de Matemáticas en el curso 2001-2002. En la segunda parte nos referiremos, exclusivamente, a los 49 alumnos de Educación Primaria.

Análisis y resultados generales de la Prueba

Como ya hemos indicado, los datos aportados se refieren a los cuatro ítemes de la pregunta 25 que, de manera general, se recogen en la tabla 3.0. Se observa como los alumnos que resuelven correctamente esta pregunta no alcanzan un 50% de respuestas correctas en ninguno de los cuatro ítemes.

Tabla 3.0

	No contesta	Mal	Bien	Población total
P. 25 - 1	34%	17%	49%	104
P. 25 - 2	36%	17%	47%	104
P. 25 - 3	36%	21%	43%	104
P. 25 - 4	48%	22%	30%	104

En relación con los estudios precedentes del alumnado objeto del estudio, encontramos para esta pregunta 25 que los resultados de los alumnos (Tablas 3.1), muestran que los procedentes del COU y del Bachillerato LOGSE son similares, aunque en el apartado 25-4 se aprecia el mayor número de alumnos que no contestan corresponde a los que proceden de dicho Bachillerato. Queremos hacer notar que el grupo “Otros” está formado por cuatro alumnos, uno procede de Ciencias Químicas, otro es un titulado en el Centro Superior de Educación, otro procede de la Escuela Universitaria de Arquitectura Técnica y el cuarto de la Facultad de Ciencias Económicas.

Tabla 3.1. Según estudios precedentes, por ítemes:

P. 25- 1	No contesta	Mal	Bien	Total
COU	36%	22%	42%	55
LOGSE	37%	21%	42%	19
FP	32%	10%	58%	19
MAY. 25 AÑOS	40%		60%	5
OTROS			100%	4
NO CONTESTA				2

P. 25 -2	No contesta	Mal	Bien	Total
COU	36%	22%	42%	55
LOGSE	32%	26%	42%	19
FP	47%	5%	48%	19
MAY. 25 AÑOS	40%		60%	5
OTROS			100%	4
NO CONTESTA				2

P. 25-3	No contesta	Mal	Bien	Total
COU	36%	24%	40%	55
LOGSE	31%	37%	32%	19
FP	47%	11%	42%	19
MAY. 25 AÑOS	40%		60%	5
OTROS			100%	4
NO CONTESTA				2

P. 25-4	No contesta	Mal	Bien	Total
COU	44%	22%	34%	55
LOGSE	63%	21%	16%	19
FP	58%	26%	16%	19
MAY. 25 AÑOS	40%		60%	5
OTROS	25%	50%	25%	4
NO CONTESTA				2

De igual manera, si organizamos estos datos en relación con la modalidad de los estudios, observamos que no hay grandes diferencias en los porcentajes de respuestas correctas entre los alumnos de Ciencias y los de Ciencias Sociales como lo muestra la tabla 3.3, excepto en el ítem 25-4, pero sí se pone de manifiesto esta diferencia entre éstos y el Bachillerato de Letras.

Tabla 3.3. Según la modalidad de estudios

CIENCIAS (23)	No contesta	Mal	Bien
P. 25-1	22%	26%	52%
P. 25-2	22%	26%	52%
P. 25-3	22%	30%	48%
P. 25-4	35%	17%	48%

CIENCIAS SOCIALES (20)	No contesta	Mal	Bien
P. 25-1	40%	10%	50%
P. 25-2	40%	10%	50%
P. 25-3	40%	20%	40%
P. 25-4	55%	15%	30%

LETRAS (15)	No contesta	Mal	Bien
P. 25-1	60%	13%	27%
P. 25-2	53%	20%	27%
P. 25-3	53%	20%	27%
P. 25-4	73%	7%	20%

ARTE (1)	No contesta	Mal	Bien
P. 25-1	100%		
P. 25-2	100%		
P. 25-3	100%		
P. 25-4	100%		

FP, MAYORES 25 AÑOS, OTROS (45)	No contesta	Mal	Bien
P. 25-1	27%	18%	55%
P. 25-2	33%	16%	51%
P. 25-3	33%	18%	49%
P. 25-4	42%	33%	25%

Análisis y resultados mediante redes sistémicas y el sistema categorial

Para este estudio consideramos únicamente los 49 alumnos de la especialidad de Educación Primaria.

El procedimiento seguido consiste en analizar los resultados obtenidos mediante dos procedimientos diferentes: red sistémica y análisis por categorías.

Una vez obtenida esta información, se realiza el cruce o la combinación del sistema categorial y las redes sistémicas. En esta ocasión, como hemos indicado, nos vamos a referir a los cuatro ítemes citados y a los 49 alumnos de Primer Curso de Educación Primaria del CSE de la ULL.

Los diagramas de doble entrada, que figuran en los cuatro anexos, en los que verticalmente se sitúan las categorías establecidas a priori y horizontalmente se desarrolla como un diagrama de árbol incompleto a partir de las redes sistémicas, permiten realizar diferentes lecturas de los datos obtenidos,

Si nos situamos verticalmente y elegimos una o varias de las categorías establecidas, excepto las tres últimas columnas que se reservan para la frecuencia, el porcentaje y el alumno (identificado por un número), podemos analizar las situaciones que se dan en el ítem en relación con las categorías analizadas.

Por ejemplo, si nos situamos en la columna 5 de los anexos 1, 2 y 3, en la que se fijan la categoría *OI* con sus descriptores MR (modo de resolución), UP (uso de propiedades) y TR (tipo de respuestas), tratamos de observar habilidades algebraicas de carácter operacional en la realización de operaciones aritméticas con letras y sin paréntesis, a través del análisis de la utilización de un modo u otro de resolución (*OIMR*), indagando si confunden o no las operaciones (por ejemplo el producto y la potencia), así como qué uso hacen los alumnos de las propiedades de las operaciones (*OIUP*), por ejemplo conmutativa, asociativa, etc., qué tipo de respuestas (*OITR*) aportan los alumnos y si aparece alguna poco frecuente y significativa (por ejemplo $P = b/h$).

Análogamente, podemos identificar las restantes columnas de estos anexos, por ejemplo el hecho de aportar o no resultados, es decir, si operan o no con las variables (columna 1, *C3 Resultados*); el tipo de contexto: aditivo o multiplicativo (columna 2, *C2 Contexto*); el uso o no de la sustitución formal (columna 3, *C3 SFP*, *O3 SFP*), en concreto, la particularización; la incorporación o no de registros de representación o de unidades de medida (columna 4, *C2, RR*; *C2 UM*); la realización correcta o incorrecta de las operaciones (columna 5), observando el modo de representación (*OI MR*), qué tipo de propiedades utilizan (*OI UP*) y el tipo de respuestas (*OI TR*) que aportan al realizar correcta o difícilmente las operaciones, así como qué uso e interpretación hacen de las letras, por ejemplo si utilizan o no los convenios de notación del Álgebra (columna 6, *C3 CN*).

En la columna 7 se muestran las respuestas concretas, correctas (sombreadas) o incorrectas (no sombreadas) de los 49 alumnos, correspondientes a los tres primeros ítems.

El anexo 4 recoge los resultados obtenidos del ítem cuarto (25-4) con una disposición por columnas de las categorías, muy parecida a la de los tres ítems anteriores, salvo excepciones, dadas las características de este ítem.

Esta organización de los datos permite también realizar una lectura horizontal que pone de manifiesto el comportamiento de uno o varios alumnos en relación con las categorías de análisis identificadas, como mostramos en la descripción de los resultados obtenidos en cada uno de los ítems.

Pasamos ahora a analizar algunos de los resultados obtenidos en los cuatro ítems anteriores.

Para el ítem 25-1 obtenemos los siguientes resultados que recogemos en el cuadro que se da en el Anexo 1.

Como hemos indicado, esta manera de organizar los resultados proporciona una perspectiva global de éstos, además de la posibilidad de identificar y seguir el proceso de cada uno de los alumnos.

A modo de ejemplo tenemos, de manera general, que 9 alumnos no contestan el ítem, 20 lo contestan bien y 20 mal.

De los 20 que contestan bien, 7 dan una respuesta de naturaleza aditiva y 13 expresan el resultado de realizar la operación aditiva con las letras; sólo un alumno muestra el resultado final directamente, sin indicar ni hacer previamente operaciones.

También de manera general, de las 20 respuestas incorrectas, se observa que 6 alumnos necesitan clausurar la operación y dan como resultado e^3 ; 6 alumnos suman y 2 alumnos multiplican las dimensiones de los lados de las figuras, pero no realizan los cálculos posteriores; 2 alumnos asignan valores numéricos para dar significado a las letras; 1 alumno asigna unidad de medida (m en particular) al resultado final y 1 asigna simultáneamente valor numérico y unidades (cm, en particular). Finalmente

dos alumnos necesitan recordar fórmulas explícitas para dar la solución a la cuestión requerida y dan como resultado $P = e$ y $P = b/h = e / e$.

En cuanto a los 20 alumnos que resuelven erróneamente el ítem 25-1, si observamos horizontalmente el anexo 1 podemos determinar la trayectoria que han seguido para dar esta respuesta, por ejemplo, el alumno número 34 ha interpretado este ítem 25-1 de modo que opera con la variable (C3 Resultados, columna 1), sitúa la expresión algebraica en un contexto aditivo (C2 contexto, columna 2), y hace uso de la sustitución formal para particularizar en este contexto aditivo (C3 SFP y O3 SFP, columna 3). Siguiendo con la descripción del comportamiento de este alumno, la columna 4 nos muestra que utiliza la letra sin usar unidades de medida (C2 UM, columna 4), y que recurre al registro de representación (C2 RR, columna 4) desde la traducción directa del planteamiento de la figura dada, es decir, calcula el perímetro de un triángulo equilátero. Al realizar las operaciones aritméticas con letras sin utilizar paréntesis (O1, columna 5) lo hace sin confundir las operaciones y sin hacer uso de los convenios de notación del Álgebra (C3 CN, columna 6). Su expresión final en la columna 7 muestra que primero plantea correctamente la operación haciendo uso de la letra como objeto geométrico, pero luego particulariza, da a la dimensión del lado del triángulo equilátero el valor 3 y como resultado final 9; para concluir realiza las operaciones con los números.

Si continuamos con el análisis de este alumno en el anexo 2, que muestra, como ya se ha indicado, los resultados del ítem 25-2, se observa que su trayectoria es similar a la del ítem anterior, y necesita de nuevo particularizar con valores numéricos concretos los lados del pentágono, asignando, en este caso a la variable “h” representativa de los cuatro lados iguales, dos valores diferentes (2 y 3, uno para cada dos lados) y al lado desigual, uno de los valores anteriores, concretamente el 3; en esta ocasión, la asignación numérica está más asociada al efecto visual que a la condición

de ser h la misma variable para los cuatro lados, ya que visualmente parecen ligeramente diferentes. En esta situación la operación no la termina, sino que la deja indicada.

En el ítem 25-3 también necesita asignar directamente valores a las variables, particularizando el valor de dos lados representados por una misma letra (u) con el número 5, ya que en el ítem correspondían a dos de los lados conocidos del pentágono y tenían en longitud una cierta similitud visual.

En el caso del ítem 25-4 de cálculo del perímetro de una línea poligonal abierta no encontró recursos para resolverlo.

En síntesis, el alumno número 34 es un buen ejemplo del alumno que necesita particularizar para realizar el cálculo de perímetros; se trata de un alumno que necesita recurrir al campo numérico para darle significado a la situación problemática que pretende resolver en Álgebra. En el caso del ítem 25-4 no se plantea el cálculo del perímetro al no haber presencia explícita de ninguna variable en el dibujo, aunque sí en el enunciado.

Este tipo de análisis que combina el sistema categorial y las redes sistémicas nos permite seguir describiendo las trayectorias de los diferentes alumnos. Así, por ejemplo, el alumno número 4 no opera con las variables (C3 Resultados, columna 1), se sitúa en un contexto multiplicativo (C2 Contexto, columna 2), plantea directamente la operación del cálculo del perímetro (C3, O1 y O3, columna 7) y lo hace confundiendo la operación en los tres primeros ítems. Aunque en los dos primeros (25-1 y 25-2) no hace particularizaciones, sí las realiza en el 25-3, quizás porque ya había tres dimensiones expresadas con números y el alumno toma como referencia estos valores, hace una comparación visual, y asigna valores ya explícitos en el enunciado. En el 25-4, por el contrario, aporta un resultado concreto, resultado directo de la figura dada en el dibujo (línea poligonal abierta, C2, columna 1), interpreta (C3, columna 2) que el polígono consta

exclusivamente de los 12 lados dibujados, situación que se da en 7 alumnos más del grupo investigado. Al contextualizar añade como unidad de medida el cm (C2 UM, columna 3), pero no hace uso de registros personales (C3 URP, columna 4), ni muestra cálculos explícitos (O3 MR, columna 5), sino que da el resultado directo, $P = 24$ cm (columna 8), como consecuencia de multiplicar mentalmente 12 por 2.

Este alumno número 4, al identificar la pregunta como una situación de 12 lados de 2 cm, no se plantea efectuar las operaciones (O1) en general, ni la necesidad de explicitar los contextos aditivos o multiplicativos, ni con números ni con letras; sin embargo, dada la facilidad del cálculo, sí da un resultado concreto sin necesidad de plantear operaciones previas.

Conclusiones

En trabajos anteriores (Palarea, Hernández y Socas, 2001), hemos analizado, desde diferentes perspectivas, habilidades básicas en Matemáticas mostradas por alumnos también de este Centro Superior de Educación; sin embargo, lo que se ha pretendido ahora es presentar los resultados desde una perspectiva diferente, que combina un sistema de categorías establecido a priori con una organización mediante redes sistémicas.

Creemos que si se establece adecuadamente esta combinación de un sistema categorial determinado “a priori” y una red o redes sistémicas, no la misma para todos los ítemes, sino para un grupo de ellos como ha ocurrido en nuestro caso concreto (cálculo del perímetro de líneas poligonales abiertas y cerradas), se puede sacar el máximo de información de la tabla de doble entrada, se puede observar la producción real de los alumnos de una clase y la producción real de un alumno, desde lo preestablecido, como son las categorías, y lo encontrado, resultados de pruebas.

Puede resultar más factible e interesante sacar conclusiones de los resultados de la aplicación de cualquier prueba. En concreto, visualmente, es más asequible observar el trabajo de toda la clase, de los procesos implicados

y la frecuencia con que los alumnos utilizan los mismos sistemas de representación, añaden, sistemáticamente o no, unidades, particularizan, utilizan códigos personales, realizan o no, operaciones correctas o incorrectas.

Se observa que de este modo es posible exponer, utilizando redes y el sistema categorial, todos los resultados del grupo de alumnos considerado, así como mostrar una “radiografía” de lo ocurrido con cada alumno que ha participado en la prueba. Sin embargo, no dudamos que los resultados de la investigación, cuando queremos analizar más finamente lo ocurrido, se verían enriquecidos si se completasen con entrevistas individualizadas.

Referencias bibliográficas

BLISS, J.; OGBORN, J. (1979). The analysis of qualitative data. *European Journal of Science Education*, 4 (1), 427-440.

BLISS, J.; MONK, M.; OGBORN, J. (1983). *Qualitative data analysis for Educational Research*. Croom Helm. London.

HART, K.M. (1981). *Children's Understanding of Mathematics: 11-16*. John Murray. London.

HERNÁNDEZ, J.; NODA, A.; PALAREA, M.; SOCAS, M. M. (2002). Análisis de habilidades básicas matemáticas de los alumnos de Magisterio. Póster: *Congreso de la Real Sociedad Matemática Española RSME2002*. Universidad de La Laguna. Puerto de la Cruz. Tenerife.

PALAREA, M. M. (1999). La adquisición del lenguaje algebraico y la detección de errores comunes en Álgebra por alumnos de 12 a 14 años. *Tesis doctoral*. Universidad de La Laguna.

PALAREA, M. M.; SOCAS, M. M. (1998). Operational and conceptual abilities in the learning of algebraic language. A case study. *Proceedings of the 22 PME*, Vol. 3, 327-334.

PALAREA, M. M.; HERNÁNDEZ, J.; SOCAS, M. M. (2001). Estudio

acerca de habilidades matemáticas básicas y creencias y actitudes hacia las Matemáticas de alumnos que comienzan la Diplomatura de Maestros. *V Reunión Científica Nacional de Pensamiento Numérico y Algebraico (SEIEM)*. Palencia.

ROMERO Y CHESA C.; AZCÁRATE, C. (1994). An inquiry into the concept images of the continuum trying research tool. *Proceedings of the 18 PME*. Vol. 2, pp.185-192. Lisboa.

Anexo 1. Ítem 25 - 1 (No contestan: 9 alumnos: 2, 8, 12, 14, 38, 41, 44, 45, 49)

C3 RESULTADOS	C2 CONTEXTO	C3 SFP O3 SFP	C2 RR C2 UM	O1 MR O1 UP O1 TR	C3 CN	C3 O1 O3	FRECUENCIA	%	Nº DEL ALUMNO		
No operan con las variables	Contexto aditivo					$P = e + e + e$	6	12,24	18,19,22,26,29,31		
	Contexto multiplicativo					$P = e \cdot e \cdot e$	2	4,08	1,4		
Sí operan con las variables	Contexto aditivo	Sí	No añaden unidades	No confusión operaciones	Sí						
					No	$P = e + e + e = 3 + 3 + 3 = 9$ $P = 2 + 2 + 2 = 6; e = 2; P = e + e + e$	1	2,04	34		
				1	2,04	20					
				Sí confusión operaciones	Sí						
			No								
			Sí añaden unidades	No confusión operaciones	Sí						
					No	$P = 2 \times 3 = 6 \text{ cm}$	1	2,04	48		
				Sí confusión operaciones	Sí						
		No									
		No	No añaden unidades	No confusión operaciones	No confusión operaciones	Sí	$P = 3 e = e + e + e$ $P = 3 e$	7	14,28	10, 15, 24, 36, 39, 40, 42	
						12	24,48	5, 11, 13, 16, 17, 21, 25, 28, 32, 33, 46, 47			
						No	$P = e$ $P = e + e + e = 3 \times e$	1	2,04	9	
						1	2,04	6			
					Sí confusión operaciones	Sí	$P = e^3$	6	12,24	3,23,27,30,35,37	
No	$P = b / h = e / e$					1	2,04	43			
Sí añaden unidades	No confusión operaciones					Sí	$P = e + e + e = 3e \text{ m}$	1	2,04	7	
						No					
Sí confusión operaciones	Sí										
	No										

Anexo 2. Ítem 25 - 2 (No contestan: 10 alumnos: 2, 8, 12, 14, 31, 36, 38, 41, 45, 49)

C3 RESULTADOS	C2 CONTEXTO	C3 SFP O3 SFP	C2 RR C2 UM	O1 MR O1 UP O1 TR	C3 CN	C3 O1 O3	FRECUENCIA	%	Nº ALUMNO	DEL					
No operan con las variables	Contexto aditivo					$P = 3 + 3 + 2 + 2 + 3$ $P = h + h + h + h + t$	1 4	2,04 8,16	34 18, 19, 22, 29						
	Contexto multiplicativo					$P = h \cdot h \cdot h \cdot h \cdot t$	2	4,08	1, 4						
Sí operan con las variables	Contexto aditivo	Sí	No añaden unidades	No confusión operaciones	Sí										
					No										
				Sí confusión operaciones	Sí										
				No											
			Sí añaden unidades	No confusión operaciones	Sí										
					No										
		Sí confusión operaciones		Sí											
		No	No añaden unidades	No	No confusión operaciones		Sí	$P = 1,5 \times 5 = 7,5 \text{ cm}$ $P = 4h + t$	1 17	2,04 34,69	48 5, 10, 11, 13, 15, 16, 17, 20, 21, 25, 26, 28, 32, 33, 40, 46, 47				
								$P = t + 4h$ $P = h + h + h + h + t = 4h + t$	1 2	2,04 4,082,04	42 24,39				
							No	$P = h + h + h + h + t = 4h + t = 4 \times h + t$ $P = h \cdot t$	1 1	2,04 2,04	6 9				
							Sí confusión operaciones	Sí							
							No	$P = h^4 \cdot t$ $P = h^4 + t$ $P = t / 2h$ $P = 5h + 1t$	1 5 1 1	2,04 10,2 2,04 2,04	27 3, 23, 30, 37, 44 43 35				
							Sí añaden unidades	No confusión operaciones	Sí	$P = 4h + tm$	1	2,04	7		
								No							
							Sí confusión operaciones	Sí							
						No									

Anexo 3. Ítem 25 - 3 (No contestan: 10 alumnos: 2, 8, 12, 14, 31, 36, 38, 41, 45, 49)

C3 RESULTADOS	C2 CONTEXTO	C3 SFP O3 SFP	C2 RR C2 UM	O1 MR O1 UP O1 TR	C3 CN	C3 O1 O3	FRECUENCIA	%	Nº DEL ALUMNO	
No operan con las variables	Contexto aditivo					$P = 16 + u$	1	2,04	21	
						$P = u \cdot 5 \cdot 6$	1	2,04	9	
						$P = u \cdot u \cdot 8 \cdot 5 \cdot 6$	1	2,04	1	
						$P = 2u + 10 + 6$	1	2,04	15	
						$P = 2u + 2 \cdot 5 + 6$	1	2,04	5	
						$P = 2u + 6 + 25$	1	2,04	32	
						$P = 16 + u + u$	3	6,12	19, 22 29	
						$P = 5 + 6 + 5 + u + u$	1	2,04	20	
						$P = 5 + 5 + 5 + u$	1	2,04	28	
						$P = 6 + 5 + 5 + 5 + 5$	1	2,04	34	
						$P = 5^2 + 6 + u^2$	1	2,04	35	
						$P = u^2 + 5^2 + 6$	1	2,04	37	
						$P = u^2 + 25 + 6$	1	2,04	23	
Sí operan con las variables	Contexto multiplicativo					$P = 5 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6$	1	2,04	4	
	Contexto aditivo	Sí	No añaden unidades	No confusión operaciones	Sí					
					No					
				Sí confusión operaciones	Sí					
				No						
			Sí añaden unidades	No confusión operaciones	Sí	$P = 2u + 10 + 6 = 2u + 16m$ $P = 6 + 5 + 5 + 2u = 16 + 2u$ $u = 16/2 \quad u = 8 \text{ cm}$ $P = 16 + 2 \cdot 8$ $P = 16 + 16 = 32 \text{ cm}$	1	2,04	7	
					1	2,04	48			
				No						
			Sí confusión operaciones	Sí						
			No							
		No	No añaden unidades	No confusión operaciones	Sí	$P = 16 + 2u$	11	22,44	10, 11, 13, 16, 25, 26, 28, 33, 40, 42, 47	
						$P = 2u + 16$	2	4,08	17, 46	
						$P = u + u + 5 + 6 + 5 = 2u + 16$	2	4,08	24, 39	
						No	$P = u + u + 5 + 5 + 6 = 2x u + 16$	1	2,04	6
					Sí confusión operaciones	Sí	$P = 150 u^2$	1	2,04	27
						No	$P = 16 + u^2$ $P = 5^2 + 6 + u^2 = 25 + 6 + u^2 = 31 + u^2$ $P = 6/5 u$	1	2,04	44
					2	4,08	3,30			
					1	2,04	43			
				Sí añaden unidades	No confusión operaciones	Sí				
	No									
Sí confusión operaciones	Sí									
No										

Anexo 4. Ítem 25 - 4 (No contestan: 19 alumnos: 1, 8, 10, 12, 14, 15, 17, 18, 20, 22, 24, 30, 34, 38, 41, 43, 44, 45, 49)

C2	C3	C2 RR UM	C3 URP	C2 C O3 MR	O1MR O1UP O1TR	C2 RR O1 MR O1 UP O1 TR	C3CN C3SFP O3	FRECUENCIA	%	Nº DEL ALUMNO	
Cerrando La figura	No aportan resultados							1	2,04	5	
	Sí aportan resultados	Dibujan con regla					P = 2·20	1	2,04	19	
		Dibujan sin regla					P = 15 P = 36	1 1	2,04 2,04	2 9	
Sin cerrar la figura	Suponen n lados	No añaden unidades	Cambio Código enunciado n por N				P = 2N	1	2,04	36	
				Contexto aditivo	No confusión operaciones			P = n lados +2 P = n + 6	1 1	2,04 2,04	31 23
			Contexto multiplicativo		Sí confusión operaciones						
				No confusión operaciones	Uso símbolo operaciones	"x" P = 2 x n "·" P = n · 2	2 2	4,08 4,08	6,16 25,32		
					No uso símbolo operaciones	P = 2 n	8	16,32	11, 13, 21, 33, 40, 42, 46, 47		
			Sí confusión operaciones		P = 2 ³ · n P = 2 ⁿ · n	1 1	2,04	3 27			
				Sí añaden unidades		P = 2 · n metros	1	2,04	7		
	Suponen 12 lados por ser los dibujados	No añaden unidades	Resultado directo sin cálculo	No confusión operaciones		P = 24	1	2,04	26		
					Resultado previo cálculo	P = 12 · 2 = 24	1	2,04	39		
						P = 2 · 12 = 24	1	2,04	28		
						P = 12 lados x 2 = 24	1	2,04	29		
			Sí confusión operaciones	P = 2 ¹²	1	2,04	37				
			Otros	P = 12 x 2 + n = 24 + n	1	2,04	35				
Sí añaden unidades	Resultado directo sin cálculo		P = 24 cm	1	2,04	4					
		Resultado previo al cálculo		P = 2 x 12 = 24cm	1	2,04	48				