



LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MAL DEFINIDOS. UN ESTUDIO CON ALUMNOS DE PRIMER CURSO DE MAGISTERIO

M^a Aurelia Noda Herrera
Josefa Hernández Domínguez
Martín Manuel Socas Robayna

Universidad de La Laguna

Resumen

En Noda (2001a) se analizan y describen los comportamientos de un grupo formado por alumnos del Primer Ciclo de la ESO y por alumnos de Magisterio, en la fase de preparación (Bourne, Ekstrand y Dominowski, 1971), frente a problemas de encontrar bien y mal definidos, en contextos diferentes. En este trabajo se presentan los inicios de una investigación sobre una de las cuestiones que quedaron abiertas en el trabajo anterior, como es el análisis de los comportamientos que surgen en la resolución de problemas de encontrar mal definidos, en todas sus fases: preparación, producción y enjuiciamiento, utilizando los instrumentos teóricos elaborados, en términos de modelos de competencias, desde el punto de vista epistemológico y cognitivo, junto con un instrumento de organización y análisis de datos cualitativos como son las redes sistémicas. Para ello se toma como referencia a alumnos que acceden a Centros Superiores o Facultades de Educación de diferentes Universidades Españolas, para obtener el Título de Maestro en las distintas especialidades (Hernández, Noda, Palarea y Socas, 2002a, b), y se exponen resultados parciales del análisis de las actuaciones de estos alumnos.

Abstract

In Noda (2001), we analysed and described the different kinds of behaviour of a group of students of Secondary School and students of Teacher Training, in the preparation phase (Bourne, Ekstrand and Dominowski, 1971), when they are faced with well and badly defined “finding problems” in different contexts. In this paper, we present a preliminary research about one of the questions that came up in the previous work, like is the analysis of the behaviour that arises in the solution of badly defined problems, in all their phases: preparation, production and prosecution. We use the elaborated theoretical instruments, in terms of competency models, from the epistemology and cognitive point of view,

together with an instrument of organisation and analysis of qualitative data as are the systemic networks. The study was carried out with students of Superior Centres of Education, of different Spanish Universities, that begin their studies in the different specialities (Hernández, Noda, Palarea and Socas, 2002), and we present partial results of the analysis of the performances of these students.

Introducción

En este trabajo presentamos el planteamiento y los resultados parciales de una investigación que relaciona algunas de las cuestiones que quedaron abiertas en la Tesis Doctoral: *Aspectos epistemológicos y cognitivos de la resolución de problemas de Matemáticas bien y mal definidos. Un estudio con alumnos del Primer Ciclo de la ESO y Maestros en formación* (Noda, 2001), con una investigación actual sobre *Habilidades básicas en Matemáticas de alumnos que inician los estudios de Magisterio* (Hernández, Noda, Palarea, Socas, 2002).

En la Tesis Doctoral mencionada, elaboramos modelos de competencias desde los puntos de vista epistemológico y cognitivo, que permitieron el análisis de los diferentes comportamientos que surgen en la resolución de problemas de encontrar bien y mal definidos, en la fase de preparación (Bourne, Ekstrand y Dominowski, 1971).

Una de las cuestiones que quedaron abiertas en dicha investigación, es el análisis de los diferentes comportamientos que surgen en la resolución de problemas de encontrar bien y mal definidos, en las fases de producción y enjuiciamiento.

Por todo ello, en esta investigación nos planteamos el siguiente objetivo: Analizar los comportamientos que surgen en la resolución de problemas de encontrar mal definidos, tanto en la fase de preparación (Noda, 2001), como en la de producción y enjuiciamiento.

Este estudio tiene como meta final, recabar información que permita tener datos acerca de las potencialidades y dificultades que genera la

implementación en el aula de los problemas de encontrar mal definidos, mediante el diseño de materiales curriculares, consensuado con los profesores de Primaria y Secundaria Obligatoria.

Metodología e instrumentos de análisis

Población. La experiencia se realiza con ochocientos ochenta y tres alumnos que cursan por primera vez la asignatura de Matemáticas en las distintas especialidades del Título de Maestro en diferentes universidades españolas (Granada, Huelva, Zaragoza, Murcia, Extremadura, Las Palmas, y Tenerife).

En este trabajo en concreto, comentamos los resultados de los setenta y siete alumnos de la Universidad de Zaragoza¹ que participaron en el curso 2001-2002.

Tienen una edad media de 20 años ($\sigma=2.3$) y son mayoritariamente mujeres.

De estos alumnos, 21% provienen de COU, 67% de Bachillerato LOGSE, 9% de módulos formativos (FP), y 5% provienen de otros centros universitarios (otros). De los que provienen de COU y Bachillerato LOGSE pertenecen a la modalidad de Ciencias un 19%, a Ciencias Sociales un 53%, a Humanidades un 8% y a Arte un 3%. Los restantes alumnos (17%) los agrupamos en varios.

Diseño y desarrollo. Se aplicó un *cuestionario de contexto*, con preguntas acerca de la situación personal y académica de los alumnos, que aporta información sobre ellos mismos y una *prueba de contenidos* con preguntas acerca de sus conocimientos matemáticos, para detectar habilidades básicas y errores.

¹ Seleccionados de la investigación sobre *Habilidades básicas en Matemáticas de alumnos que inician los estudios de Magisterio*, realizada con alumnos que acceden a Centros Superiores o Facultades de Educación, de diferentes Universidades Españolas (Granada, Huelva, Zaragoza, Murcia, Extremadura, Las Palmas, y, Tenerife) para obtener el Título de Maestro en las distintas especialidades (Hernández, J.; Noda, A.; Palarea, M.; Socas, M.M., 2002).

El cuestionario de contexto aporta datos sobre sexo y edad, estudios precedentes y modalidad de los mismos y nota media de Matemáticas en los diferentes niveles educativos y de acceso a la Universidad.

La prueba de contenidos consta de 30 preguntas; éstas constan de uno o varios apartados, de elección múltiple, o que requieren la construcción de la respuesta por parte del alumno.

La prueba de contenidos se ha diseñado teniendo en cuenta cinco áreas, que se corresponden con las de Matemáticas en la Educación Primaria y Secundaria y que responden a los siguientes bloques de contenidos: Números y operaciones (diez problemas); Medida (seis problemas); Geometría (cinco problemas); Análisis de datos, Estadística y Probabilidad (cuatro problemas); Álgebra (cinco problemas).

En este trabajo se analizan los dos problemas de encontrar mal definidos, que se sitúan dentro del área de Números (ítemes 10 y 14 de la prueba de contenidos):

Ítem 10: Una señora cría durante 52 semanas una cabra y tres conejos. Compra 760 gramos de pienso para una semana. Si se comen todo el pienso menos 128 gramos ¿Cuánto pienso le sobró al finalizar la semana?

Ítem 14: En el corral de Antonio hay gallinas y conejos. Si en total hay 116 patas ¿Cuántas gallinas y conejos hay en dicho corral?

Instrumentos teóricos. Los instrumentos teóricos utilizados en este trabajo son:

- Un *Modelo de Competencia Formal* que permite caracterizar los diferentes problemas de encontrar, bien y mal definidos, y caracterizar las actuaciones de los resolutores.

Modelo de Competencia Formal

Un problema de encontrar queda determinado por la terna $\langle E, O, R \rangle$ donde E es el conjunto de estados semióticos, O el conjunto de operadores y R el

conjunto de soluciones, siendo $E = \{E_0, E_1, \dots, E_n\}$, con $E_n \in \mathbb{R}$, y E_0 el estado inicial, cuyos elementos son los datos dados: $\{e_1, e_2, \dots, e_n\}$.

Caracterizamos el **Problema de encontrar bien definido**, cuando en la terna anterior: $E_0 \neq \emptyset \wedge \exists (E_i)_{i \in \{0,1,\dots,n\}} \wedge E_0 \subset E_i, \quad \forall i \in \{1,2,\dots,n\}$, donde $(E_i)_{i \in \{0,1,\dots,n\}}$ representa una sucesión de estados pertenecientes a E .

Negando las condiciones del problema de encontrar bien definido, podemos caracterizar los problemas de encontrar mal definidos.

Observamos tres tipos diferentes de problemas de encontrar mal definidos que tienen sentido y que denominamos, tipo T_1 , T_2 y T_3 . Los problemas de tipos T_1 y T_2 serán caracterizados porque faltan datos, y los de tipo T_3 , porque sobran datos (Noda, Hernández y Socas, 1999a).

- Un *Sistema de Categorías* que configura un instrumento de análisis y valoración de los comportamientos de los resolutores, que permite categorizar las actuaciones de los mismos, y determinar la existencia o no, de comportamientos regulares e invariantes, organizados en los siguientes términos:

Sistema de Categorías

Análisis de la identificación del problema dado (C1)

- C.1.A. Identifican el problema presentado como mal definido.
- C.1.B. Identifican el problema presentado como bien definido.
- C.1.C. No saben cómo identificar el problema.

Análisis de las acciones que realizan (C2)

- C.2.A. Acciones dirigidas por las condiciones (datos).
- C.2.B. Acciones dirigidas por el objetivo (pregunta).
 - C.2.1. Mantienen el objetivo y modifican los datos para adecuarlos al objetivo.
 - C.2.2. Mantienen los datos y cambian el objetivo, de manera que este nuevo objetivo tenga relación con los datos dados.
 - C.2.3. Modifican tanto los datos como el objetivo.

C.2.4. Otras situaciones.

Análisis de las acciones sobre las condiciones del problema (C3)

C.3.A. Añaden datos.

C.3.B. Eliminan datos.

C.3.C. Añaden y eliminan datos.

Análisis de en qué tipo de problemas transforman el problema dado (C4)

C.4.A. Transforman el problema en uno mal definido tipo T₂.

C.4.B. Transforman el problema en uno bien definido

C.4.C. Transforman el problema en uno mal definido tipo T₃.

- Un *Esquema de análisis* que permite describir las actuaciones de los resolutores en la fase de preparación, en los problemas de encontrar bien y mal definidos, en términos de:

Esquema de análisis

Lectura

L1 ¿Se han anotado todas las condiciones del problema?

L2 ¿Se ha anotado correctamente el objetivo del problema?

Análisis - Exploración

E1 ¿Se busca alguna relación, verdadera o falsa, entre las condiciones y el objetivo del problema?

E2 ¿Las acciones están dirigidas por las condiciones del problema (los datos)?

E3 ¿Las acciones están dirigidas por los objetivos del problema (la pregunta)?

Actuación

A1 ¿Reconoce explícitamente o implícitamente que el problema está bien o mal definido? ¿Lo justifica?

A2 ¿Lo replantea? ¿Lo transforma en un problema bien o mal definido? ¿Explícitamente? ¿Implícitamente? ¿Cómo? ¿Justifica la transformación realizada?

A3 ¿No lo transforma ni explícita ni implícitamente? ¿Lo justifica?

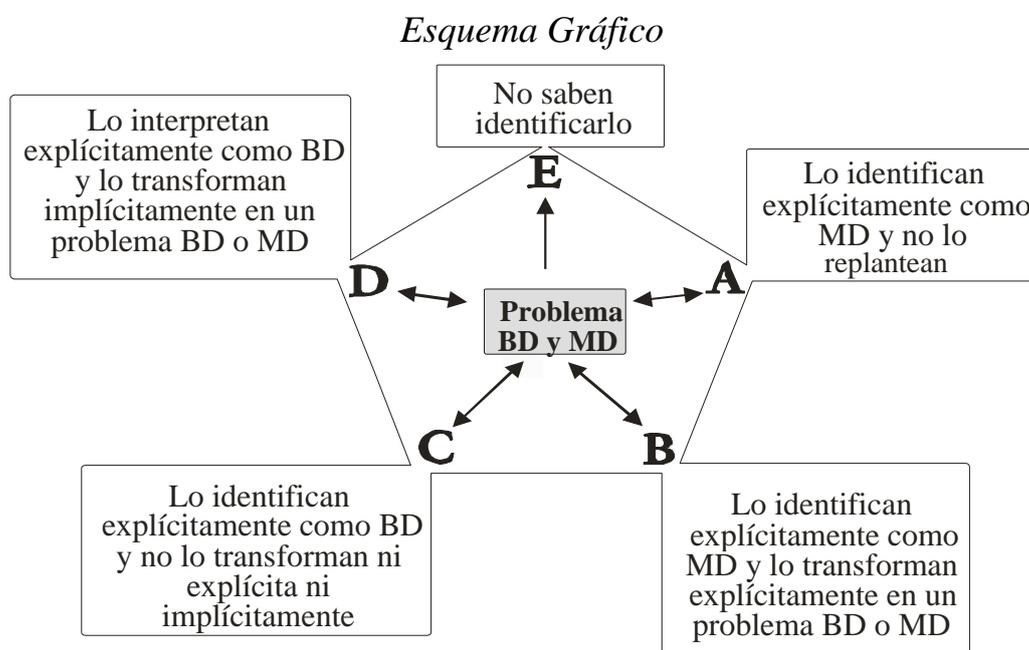
Verificación

V1 ¿Revisa el resolutor su actuación? ¿Cómo consecuencia del proceso o del resultado obtenido? ¿Lo justifica?

V2 ¿Cambia su plan de actuación? ¿Lo justifica?

V3 ¿El plan seguido es pertinente con el cambio realizado?

- Un esquema *Gráfico* que permite ubicar el comportamiento de los resolutores a lo largo de los diferentes espacios semióticos² que presentan en sus actuaciones:



- A) Identifican explícitamente el problema planteado como mal definido y no lo transforman.
- B) Identifican explícitamente el problema planteado como mal definido y lo transforman en un problema bien o mal definido.
- C) Identifican explícitamente el problema planteado como bien definido y por lo tanto no lo transforman.

² La noción de espacio semiótico debe entenderse tanto como la secuencia de estados semióticos generados por el resolutor en las fases de planteamiento y resolución de un problema a partir de los datos dados, como las modificaciones que el resolutor aplica al objetivo. De esta manera, cuando un resolutor cambia su plan de actuación podemos hablar de diferentes espacios semióticos.

D) Identifican explícitamente el problema planteado como bien definido y lo identifican implícitamente como mal definido, transformándolo en un problema bien o mal definido.

E) No saben identificar el problema planteado.

Junto a estos elementos de análisis se incorporan las *redes sistémicas*, que constituyen un poderoso instrumento de organización y análisis de datos cualitativos, que permiten la construcción de mapas de categorías escogidas durante el análisis de ciertos datos, en los que se resaltan las relaciones que vinculan estas categorías (Bliss, Monk y Ogborn, 1983).

Como se sabe, la construcción de redes sistémicas conlleva unos formalismos destinados a la representación de las relaciones entre los datos; y señalamos los más significativos utilizados en este trabajo:

- Barras verticales continuas: Para ligar un categoría (izquierda) con sus subcategorías disjuntas (derecha).
- Barras punteadas discontinuas: Indican la existencia de otras categorías no explicitadas.
- Sistema: Conjunto de una categoría y sus subcategorías subordinadas por medio de barras y llaves.
- Refinamiento: Pasar de un sistema a otro.
- Categoría terminal: Categoría a la que no se puede aplicar un refinamiento, y en la que se especifica el o los alumnos que se encuentran en ella.

Conviene señalar que las categorías terminales de las redes sistémicas construidas en este trabajo, en lugar de presentar las identificaciones de los alumnos correspondientes a ellas, como es habitual, presentan los porcentajes³ de alumnos que muestran dichos comportamientos. Esto es debido a que el objetivo de este trabajo no es mostrar el perfil de cada alumno, sino ver la potencialidad de los instrumentos teóricos en términos

³ Hemos utilizado porcentajes netos aproximados por exceso o por defecto en relación con el hecho de que las décimas sean mayores o menores que sus , por ejemplo el 3% representa a 2 alumnos de 77.

de modelos de competencias, utilizados en el análisis de los comportamientos de los resolutores frente a problemas de encontrar mal definidos, no sólo en la fase de preparación, sino también en las fases de producción y enjuiciamiento.

A efectos de ilustrar los resultados y las conclusiones del trabajo, exponemos, a modo de ejemplo, el análisis realizado con el ítem 10.

- Consideramos en primer lugar el Modelo de Competencia Formal para identificar y caracterizar el problema presentado. En este caso es un problema de encontrar mal definido porque sobran datos (Tipo T₃) (Noda, Hernández y Socas, 1999a).
- En segundo lugar analizamos cuantitativamente si lo resuelven bien, mal o no lo resuelven, teniendo en cuenta los estudios precedentes y la modalidad de estudios cursados.

Según los estudios precedentes:

	NC (%)	MAL (%)	BIEN (%)	TOTAL (%)
COU	12,5	25	62,5	21
BACHILLERATO	16	14	70	65
FP	0	29	71	9
OTROS	0	25	75	5
TOTAL (%)	13	18	69	100

Tabla 1

Atendiendo a la modalidad de estudios cursados:

	NC (%)	MAL (%)	BIEN (%)	TOTAL (%)
VARIOS	0	23	77	17
CIENCIAS	20	20	60	19
C. SOCIALES	12	20	68	53
LINGÜÍSTICA	17	0	83	8
ARTE	50	0	50	3
TOTAL	13	18	69	100

Tabla 2

- En tercer lugar utilizamos el *Esquema de análisis*, el *Sistema de*

en esta red sistémica falta aún explicitar las categorías relacionadas con los diferentes errores observados en los resolutores.

Resultados y comentarios finales

- El análisis del *cuestionario de contexto* nos revela que la población proviene mayoritariamente de COU y obtienen en la prueba de acceso a la Universidad una nota media similar (5,73 los alumnos que han cursado COU y 5,68 los que han cursado Bachillerato LOGSE).
- El análisis de la *Prueba de contenidos* (dos problemas de encontrar mal definidos) nos indica que los resultados obtenidos son muy similares en los alumnos que proceden de Bachillerato y de Formación Profesional, y ligeramente inferiores para los de COU. Si analizamos por modalidad, vemos que los resultados de la opción de Ciencias y C. Sociales son similares y, aunque los mejores resultados los obtienen los de la modalidad Lingüística, no son datos significativos ya que son sólo 6 alumnos. Sin embargo, al analizar los errores, nos encontramos con que éstos aparecen casi por igual en los alumnos de las distintas modalidades y estudios. No apreciamos diferencias significativas respecto a sus conocimientos básicos y los errores que cometen.

En general, los errores detectados no son sólo de conceptos, sino también de procedimientos. Se aprecia una tendencia a operar con todos los datos del problema, sin mostrar un claro entendimiento del mismo y sin identificar las relaciones conceptuales que se dan entre los datos, dando muchas veces soluciones que no pueden ser válidas para las condiciones del problema, lo que evidencia también una falta de pensamiento crítico.

- Las redes sistémicas elaboradas nos permiten ver no sólo las distintas categorías de comportamientos y las relaciones que vinculan estas categorías, sino que además podemos identificar cada una de las categorías

finales de las redes, con las diferentes actuaciones⁴ de los resolutores a lo largo de los diferentes espacios semióticos que presentan cuando se enfrentan a problemas de encontrar mal definidos, en todas las fases de su resolución.

- La construcción de redes sistémicas nos facilita la adaptación de uno de los instrumentos de análisis para la fase de preparación, a las fases de producción y enjuiciamiento: el esquema *Gráfico*. Esta adaptación del esquema *Gráfico* (figura 1) permite ahora visualizar siete comportamientos diferentes (en lugar de los cinco comportamientos observados en la fase de preparación) y ubicar el itinerario de cada uno de los resolutores a lo largo de los diferentes espacios semióticos que presentan en sus actuaciones cuando se enfrentan a problemas de encontrar mal definidos (MD), en todas las fase de su resolución (preparación, producción y enjuiciamiento).

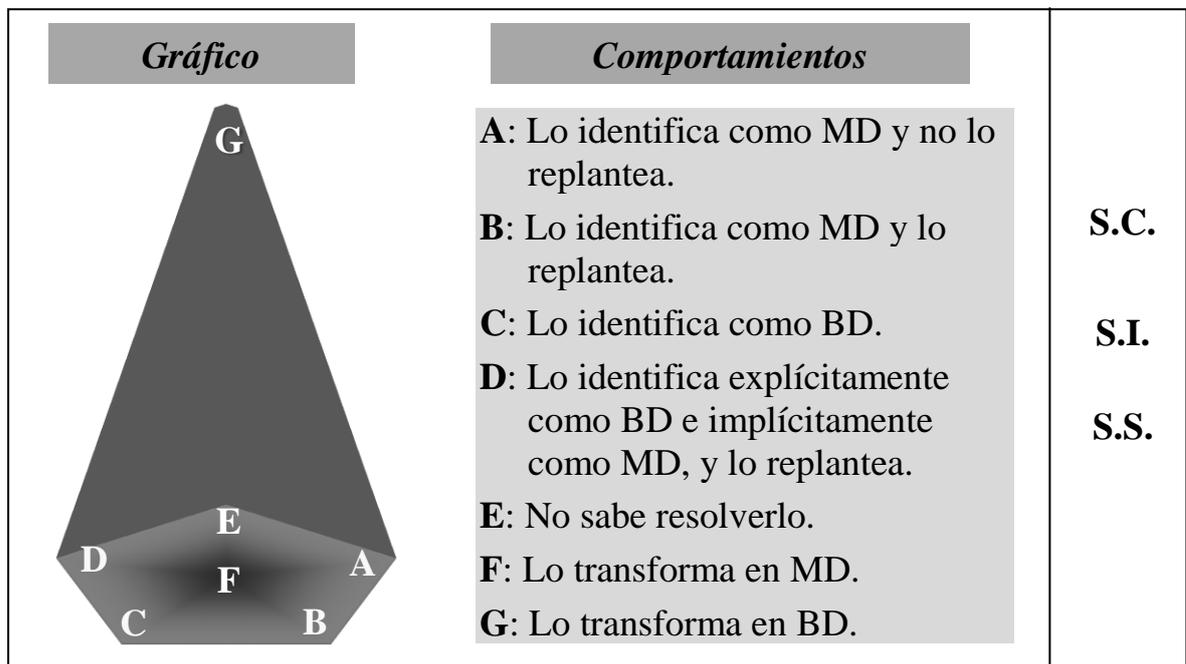


Figura 1

⁴ Cómo identifican el problema presentado, si actúan o no sobre el mismo, qué acciones realizan y qué errores cometen en la resolución.

Las diferencias de los comportamientos del esquema gráfico obtenido en la fase de preparación y los observados en las tres fases de resolución de problemas de encontrar mal definidos son las siguientes:

- Los comportamientos A y C no varían.
- El comportamiento E se identifica ahora en aquellos casos en los que el resolutor no sabe qué hacer con el problema.
- El comportamiento B es ahora más restrictivo que en la situación anterior, ya que se ha eliminado el tipo de problema en que es transformado el problema inicial.
- Los comportamientos F y G, son ahora necesariamente nuevos al considerar las fases de producción y enjuiciamiento.
- Por último, hemos de señalar que cada uno de estos siete comportamientos necesitan ir acompañados de una acción en relación con la solución aportada por el resolutor, que organizamos en subíndices: dan una solución correcta (S.C.), dan una solución incorrecta (S.I.) y sin solución, es decir, no dan ninguna solución (S.S.).

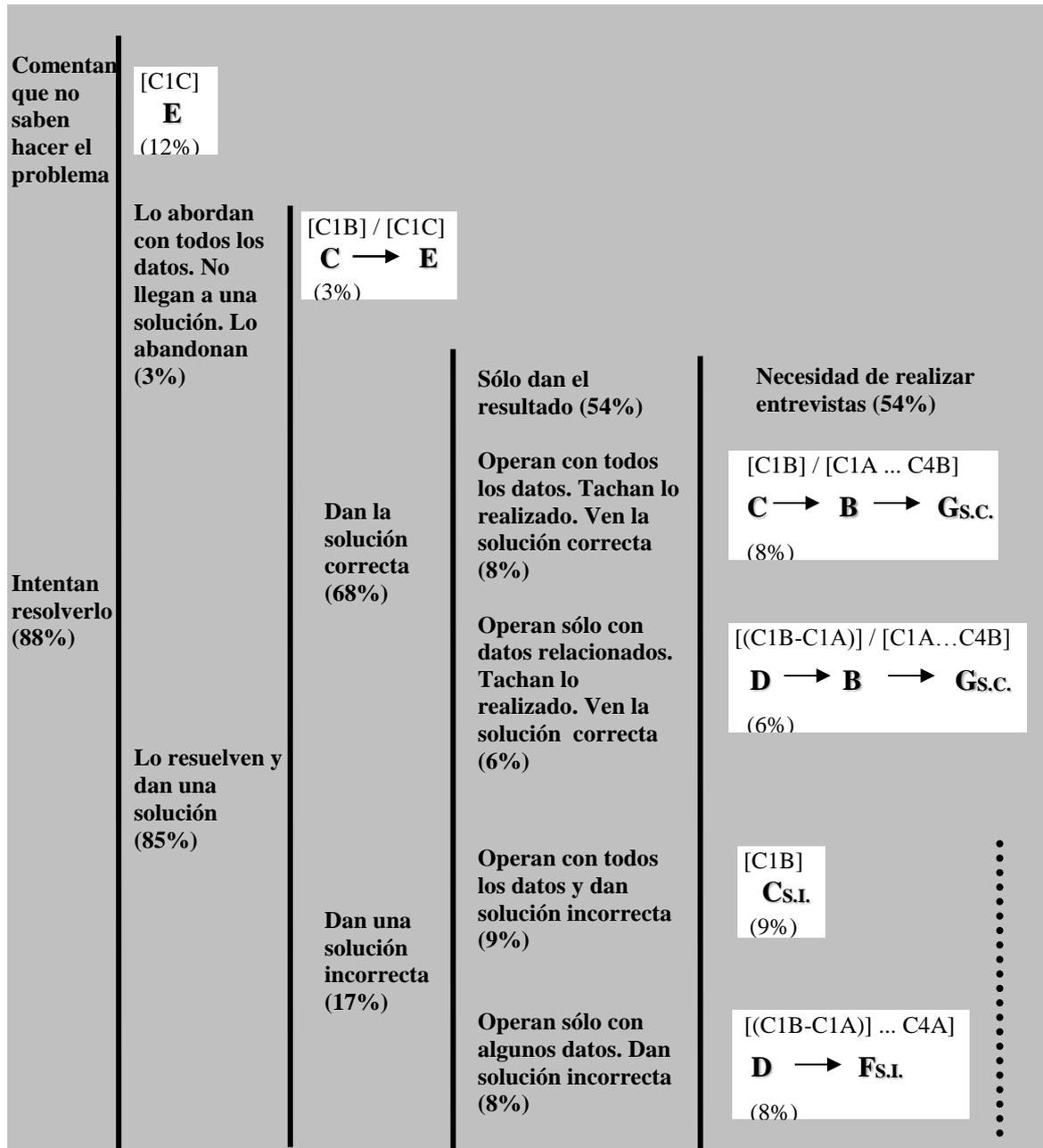
Así, la red sistémica antes comentada puede ser completada como se muestra en la página siguiente.

A efectos de facilitar la interpretación de esta red sistémica, comentamos a modo de ejemplo, dos categorías finales de la red sistémica 2, obtenida en el análisis del ítem 10:

Si tomamos:

[C1B] / [C1C]
C → E
3%

 encontramos que en esta situación se encuentra un 3% de los alumnos observados, es decir, 2 alumnos de los 77.



Red sistémica 2

En sus actuaciones se observan dos momentos diferentes (dos espacios semióticos diferentes: [C1B] y [C1C]); en un primer momento identifican el problema presentado como bien definido e intentan utilizar todos los datos dados para obtener la solución pedida [C1B]. Se encuentran con dificultades

que no saben explicar, para obtener la solución y cambian entonces de idea acerca de la identificación del problema, comentando que no saben qué hacer con el problema [C1C].

Si trasladamos esta categoría final al esquema gráfico, observamos que los alumnos se sitúan en primer lugar en el vértice C del esquema, para pasar más tarde al vértice E que describe el comportamiento final.

Si tomamos la situación final:

[(C1B-C1A) ... C4A] D \longrightarrow F _{S.I.} 8%
--

 en ella se sitúa un 8% de los alumnos observados; es decir, 6 alumnos. Presentan en sus actuaciones un único espacio semiótico, en el que de manera implícita identifican el problema presentado como mal definido (C1B-C1A) y lo replantean nuevamente en un problema mal definido (C4A); para ello seleccionan del problema dado algunos de los datos y mantienen la pregunta (C21-C3B). Finalmente lo resuelven y dan una solución incorrecta.

Si trasladamos esta categoría final al esquema gráfico, observamos que los alumnos se sitúan en el vértice D y pasan al F_{S.I.}

Como conclusiones más relevantes de este trabajo queremos señalar, especialmente en relación con los instrumentos teóricos utilizados:

1. Que los resultados obtenidos nos muestran la utilidad de los instrumentos teóricos elaborados, en términos de modelos de competencias, desde el punto de vista epistemológico y cognitivo, para el estudio de potencialidades y dificultades que genera la implementación en el aula de los problemas de encontrar mal definidos en todas sus fases: preparación, producción y enjuiciamiento.
2. Que el esquema de análisis utilizado en la fase de preparación, facilita la construcción de redes sistémicas al analizar conjuntamente las fases de preparación, producción y enjuiciamiento. Por otra parte, la investigación pone de manifiesto la necesidad de realizar otro tipo de análisis para el

estudio de los errores.

3. Que las redes sistémicas construidas nos muestran cómo el sistema de categorías permite codificar las diferentes categorías finales que surgen del análisis y además nos indican la necesidad de ampliar dicho sistema, incluyendo las categorías relacionadas con los tipos de errores.

Referencias Bibliográficas

BLISS, J.; MONK, M.; OGBORN, J. (1987). *Qualitative Data Analysis for Educational Research*. Croom Helm, USA.

BOURNE, L.E.; EKSTRAND, B.R. Y DOMINOWSKI, R.L. (1971). *The Psychology of Thinking*. (Traducida al castellano: 1975. *Psicología del pensamiento*. México: Trillas).

HERNÁNDEZ, J., NODA, A., PALAREA, M. M.; SOCAS, M. M. (2002a). Estudio sobre habilidades básicas en Matemáticas en relación con su procedencia curricular. Comunicación presentada en el *V Seminario Nacional de Pensamiento Numérico y Algebraico (PNA)(SEIEM)*. Santiago de Compostela.

HERNÁNDEZ, J., NODA, A., PALAREA, M. M.; SOCAS, M. M. (2002b). Errores detectados en algunos conceptos y procedimientos matemáticos en alumnos de Magisterio. Comunicación en la *XXII Jornadas de la SCPM "Isaac Newton"*. ADEJE. Tenerife.

HERNÁNDEZ, J., NODA, A., PALAREA, M. M.; SOCAS, M. M. (2002c). "Habilidades básicas en Matemáticas de alumnos que inician los estudios de Magisterio" (Preprint). Depto. Análisis Matemático. Universidad de La Laguna.

NODA, A. (2001 a). *Aspectos epistemológicos y cognitivos de la resolución de problemas de Matemáticas bien y mal definidos. Un estudio con alumnos del Primer Ciclo de la ESO y Maestros en formación*. Tesis doctoral.

Universidad de La Laguna.

NODA, A. (2001 b). La resolución de problemas de Matemáticas bien y mal definidos. *Números*, 47, 3-18. SCPM “Isaac Newton”. Tenerife

NODA, A.; HERNÁNDEZ, J.; SOCAS, M. M. (1999d). Estudio del comportamiento de alumnos de Magisterio en la resolución de problemas mal definidos. *El Guiniguada. Revista del Centro Superior de Formación del Profesorado*, 8/9, 367-384. Universidad de Las Palmas de Gran Canaria.

NODA, A.; HERNÁNDEZ, J.; SOCAS, M. M. (1999a). Problemas de encontrar bien y mal definidos. Una propuesta de caracterización. En M. M. Socas, M. Camacho y A. Morales (Eds), *Formación del Profesorado e Investigación en Educación Matemática*, 187-200. Universidad de La Laguna. Tenerife.

NODA, A.; HERNÁNDEZ, J.; SOCAS, M. M. (1999b). Acciones e invariantes en la resolución de problemas mal definidos. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*. Vol. 12, tomo 1, 179-184. Grupo Editorial Iberoamérica. México.