



## UN ESTUDIO DE DIFERENTES CURRÍCULOS DE GEOMETRÍA

M<sup>a</sup> Candelaria Afonso Martín  
Matías Camacho Machín  
Martín M. Socas Robayna

Universidad de La Laguna

### Resumen

En este artículo analizamos la adecuación o no a la teoría de los niveles de razonamiento geométrico de Van Hiele de diferentes propuestas curriculares de Geometría. Mostraremos cómo estas propuestas de razonamiento geométrico pueden llevarse a la práctica instruccional diaria en la Educación Primaria y Secundaria, para lo que incluiremos ejemplos de actividades que lo justifiquen. También estudiaremos cómo el currículo de Geometría desarrollado en textos que adoptaron las ideas propuestas por el MEC en la L.G.E. de 1970, no se adaptan a tal teoría.

### Abstract

In this paper we analyze whether some curricular proposals adapt themselves or not to Van Hiele's theory on Levels of Geometric thought. We show how these proposals on geometric reasoning can be put into daily practice in Primary and Secondary Education, including some examples of activities which prove it. We also study how Curriculum in Geometry developed in texts which adopt the ideas proposed by MEC in 1970's L.G.E., do not fit into this theory.

## **Introducción**

En este artículo nos proponemos como finalidad comparar la teoría de los niveles de pensamiento geométrico de los van Hiele con el currículum de Geometría que proponen los programas oficiales vigentes en la actualidad, derivados de la LOGSE, incluso con los programas anteriores procedentes de la LGE; se estudia una editorial elegida al azar intentando comparar dichos niveles con el enfoque que dicha editorial le da a los temas de Geometría. Mostramos, finalmente, ejemplos de actividades para que los estudiantes o profesores observen cómo la teoría de van Hiele puede ser trasladada al aula.

Como sabemos, la teoría de van Hiele postula un modelo de aprendizaje que describe los diferentes tipos de pensamientos que los estudiantes desarrollan desde la percepción global de figuras geométricas a la comprensión de la demostración geométrica formal. Estos niveles son alcanzados atravesando diferentes fases de aprendizaje. Durante cada fase los estudiantes investigan objetos de estudio apropiados, desarrollan el lenguaje específico relacionando a estos objetos y trabajan en actividades de aprendizaje interactivo diseñadas para facilitarles el progreso al próximo nivel superior de pensamiento.

La inclusión de estas fases de aprendizaje refleja el papel crucial que van Hiele asigna a la instrucción en el desarrollo de la comprensión geométrica de un estudiante. “La transición desde un nivel al siguiente no es un proceso natural; ocurre bajo la influencia de un programa de enseñanza - aprendizaje” (van Hiele, 1986, 50).

Con respecto a las fases de aprendizaje, sabemos que el modelo de van

Hiele enfatiza la importancia del acto enseñanza-aprendizaje. Los estudiantes progresan desde un nivel al siguiente como resultado de una determinada instrucción, organizada en 5 fases de actividades secuenciadas.

De esta manera, atendiendo a los aspectos instruccionales de la Teoría, según el modelo de Van Hiele, cada fase de aprendizaje continúa construyéndose, y extiende el pensamiento del nivel precedente. La instrucción hace explícito lo que estaba implícito en el nivel de pensamiento precedente. El aprendizaje efectivo ocurre cuando los estudiantes experimentan activamente los objetos de estudio en los contextos apropiados de pensamiento geométrico y cuando se comprometen en la discusión y la reflexión, usando el lenguaje de la fase de aprendizaje.

La teoría de van Hiele ha sido estudiada en profundidad no sólo internacionalmente (Clements y Battista, 1992), sino también en España (Jaime, 1993) y sus ideas pueden llevarse a la práctica en los diferentes niveles educativos de la Educación Primaria hasta los niveles superiores.

Sin embargo, en la práctica, no ha habido desarrollos significativos del currículo en el tercer nivel de concreción, es decir, en lo referente a programación de aula.

Por el contrario, muchas son las propuestas curriculares oficiales que asumen las ideas de los van Hiele en sus propuestas curriculares de Geometría. Analizamos ahora algunas propuestas oficiales.

### **El currículo de Geometría en los programas oficiales**

En primer lugar, consideramos la Educación Primaria y tomamos como referencia la propuesta de la Comunidad Autónoma de Canarias en relación con el currículo de Geometría.

En el currículo de Educación Primaria (BOC: 548, DECRETO 46/1993,

de 26 de marzo) se propone que la Geometría debe ser tratada de forma activa y dinámica, usando objetos de la vida diaria para que el niño desarrolle las capacidades espaciales. Continúan con estas actividades de aprendizaje en los últimos grados de Primaria, facilitando el desarrollo del pensamiento geométrico empezado en los primeros grados de la misma.

En este sentido, en el Decreto anteriormente citado, leemos:

“Los aspectos estructurales de formalización y abstracción que, por su complejidad, escapan a las posibilidades de comprensión del alumnado de esta etapa, deberán plantearse de forma intuitiva y práctica en las actividades escolares y extraescolares, convirtiéndose en objeto de atención especial de la enseñanza y aprendizaje, iniciándose así el camino que va desde la reflexión sobre la propia actividad hasta los niveles más abstractos y formales, que quedan para una etapa posterior”, que formaría parte de una preparación acorde con los niveles de van Hiele para que los estudiantes que estén situados en el nivel uno intenten alcanzar el nivel dos y sucesivos hasta el nivel formal.

Podemos ver la importancia que se le da al aprendizaje de forma ordenado presentado por los van Hiele; el desarrollo de la Geometría progresa en el alumno atravesando determinados niveles de forma jerárquica, pues primero el alumno reconoce las figuras en su conjunto para luego analizar las propiedades de la misma, observa más tarde las relaciones entre las figuras y luego hace deducciones simples. En este sentido, el conocimiento geométrico de los alumnos pasa por la exploración, la descripción y finalmente la demostración, como podremos ver en Teppo (1991).

Siguiendo con este análisis, en la propuesta del MEC, referida a los criterios de evaluación en el primer ciclo de Educación Primaria, observamos

que se propone que el alumno para pasar al siguiente Ciclo debe: “reconocer en el entorno objetos y espacios con formas rectangulares, triangulares, circulares, cúbicas y esféricas, y definir la situación de un objeto en el espacio y de un desplazamiento en relación a sí mismo, utilizando los conceptos de izquierda-derecha, delante-detrás, arriba-abajo y proximidad-lejanía”, es decir, se espera que los alumnos sean hábiles para dibujar, reconocer, clasificar figuras, mediante la manipulación y exploración del mundo que les rodea, con lo que desarrollan el sentido espacial; podemos considerar que este criterio de evaluación es una demanda de pensamiento geométrico situado en el primer nivel de van Hiele.

En el segundo ciclo de Primaria el alumno, para pasar al Ciclo siguiente, debe, en el ámbito de la Geometría: “reconocer y distribuir formas y cuerpos geométricos del espacio en el que se mueve (polígonos, círculos, cubos, prismas, pirámides, cilindros y esferas)”, y “realizar e interpretar una representación espacial (croquis de un itinerario, plano, maqueta) tomando como referencia elementos familiares y estableciendo relaciones entre ellos”, es decir, los alumnos deben hacer actividades basadas en las propiedades de las figuras, y describir las formas y los cuerpos utilizando los elementos básicos, como lado, ángulo, vértice,..., lo cual es importante para que en el futuro sea capaz de clasificar los problemas de Geometría según un modelo y de hacer demostraciones geométricas; ello nos pone de manifiesto que el alumno ha de encontrarse en un nivel de razonamiento geométrico equivalente al segundo nivel de van Hiele.

En el tercer ciclo de Primaria, los alumnos deben superar el criterio: “clasificar formas y cuerpos geométricos dando razones del modo de clasificación”, y “utilizar las nociones geométricas de simetría, paralelismo, perpendicularidad, perímetro y superficie para describir y comprender

situaciones de la vida cotidiana”, es decir, los alumnos deben identificar figuras geométricas, describirlas, compararlas y clasificarlas; luego, deben ser capaces de visualizar y representar figuras geométricas, explorar las propiedades y transformaciones de las mismas, representar y resolver problemas usando modelos geométricos. Podemos decir que los alumnos están trabajando para consolidar el nivel dos antes mencionado, mediante las actividades que les proporcionan un campo donde investiguen sobre las relaciones entre las propiedades de las figuras, que les servirán después para los estudios que más adelante en la Enseñanza Secundaria Obligatoria harán en Geometría; también podemos observar en este último ciclo de la Enseñanza Primaria que se deben proponer a los alumnos actividades que necesitarán en un futuro para poder hacer las demostraciones formales y comprender los conceptos de Geometría, lo que justifica la importancia de la instrucción geométrica en la Educación Primaria. Esto lleva consigo la necesidad de secuenciar los conceptos de Geometría, lo que va en la línea de lo propuesto por van Hiele; se observa que un alumno de un ciclo no podrá comprender la instrucción siguiente si no ha consolidado la anterior; por ejemplo, un alumno de este tercer ciclo de Primaria debe consolidar las actividades y experiencias que se le proporcionan para el futuro aprendizaje en la escuela secundaria.

En segundo lugar, consideramos la Educación Secundaria Obligatoria, y nuevamente tomamos como referencia la propuesta de la Comunidad Autónoma de Canarias. En el currículo de Educación Secundaria Obligatoria (BOC: 109, DECRETO 310/1993, de 10 de diciembre), leemos:

“es preciso, por tanto, que el currículo refleje el proceso constructivo del conocimiento matemático, tanto en su progreso histórico, como en su apropiación por el individuo. La formalización y estructuración del

conocimiento como sistema deductivo no es el punto de partida, sino más bien un punto de llegada de un largo proceso de aproximación a la realidad, de construcción de instrumentos intelectuales eficaces para interpretar, representar, analizar, explicar y predecir determinados aspectos de la realidad”, estas ideas que recuerdan las fases de aprendizaje de los van Hiele.

En relación con el lenguaje indica:

“El lenguaje específico de la Matemática con sus características propias, nos sirve de ejemplo para confirmar, de acuerdo con la naturaleza de la Geometría, que su aprendizaje implica la capacidad de utilizar el lenguaje apropiado en la elaboración y comunicación de conocimientos”, que concuerda con la propuesta de los van Hiele en el sentido de que el lenguaje es diferente en cada nivel de aprendizaje.

En relación con la importancia del aprendizaje secuencial, que también es expresado en el modelo instruccional de los van Hiele, el citado decreto indica:

“En el transcurso de la Educación Secundaria Obligatoria, los alumnos y alumnas prosiguen un proceso de construcción del conocimiento matemático que se ha iniciado en la Educación Primaria. Se introducen nuevas relaciones, conceptos y procedimientos, ampliando el campo de reflexión matemática; se utilizan nuevos algoritmos, de creciente complejidad; se exploran nuevas aplicaciones. Todo ello mientras se enriquecen y profundizan las nociones y procedimientos introducidos en la etapa anterior. El desarrollo de la competencia cognitiva general del alumnado, en estas edades, y, en concreto, la posibilidad de llevar a cabo razonamientos de tipo formal abre nuevas posibilidades para avanzar en el proceso de construcción del conocimiento matemático, asegurando mayores niveles de abstracción, simbolización y formalización”.

Análogamente, en la propuesta del MEC referida a la Educación

Secundaria Obligatoria en Geometría y tomando como referencia los criterios de evaluación observamos en relación con el primer ciclo (12-14 años), los alumnos deben “identificar las características geométricas de las formas planas y los cuerpos que permitan describirlos con la terminología adecuada y descomponerlos en las figuras elementales que los forman, estableciendo relaciones entre ellas”, “interpretar representaciones planas sencillas de espacios y objetos, y obtener información sobre algunas de sus características, como distancias, direcciones, etc., a partir de dichas representaciones”, “utilizar la relación de proporcionalidad numérica y geométrica para la obtención de cantidades y figuras proporcionales a otras”, e “identificar y describir regularidades, pautas y relaciones conocidas en conjuntos de números y formas geométricas similares”. Lo que sitúa a los alumnos en un nivel de razonamiento geométrico de transición del 2º al 3º.

En el segundo ciclo de la ESO (14-16 años), los alumnos deben: “utilizar los conceptos de incidencia, ángulos, movimientos, semejanza y medida en el análisis y descripción de formas y configuraciones geométricas”, “interpretar representaciones planas (esquemas, planos, mapas, etc.) de espacios y objetos y obtener información sobre sus características geométricas (medidas, posiciones, orientaciones, etc.) a partir de dichas representaciones, utilizando la escala cuando sea preciso”, e “identificar relaciones de proporcionalidad numérica y geométrica en situaciones diversas y utilizarlas para el cálculo de términos proporcionales y razones de semejanza”, con lo que se espera que el alumno sea hábil para representar situaciones con modelos de problemas geométricos y aplicar propiedades de las figuras, clasificarlas, aplicar relaciones de semejanza y congruencia y hasta comprender un axioma. Más tarde, los alumnos deben ser



hábiles para deducir propiedades de figuras, trabajar las transformaciones, las coordenadas, relacionar mediante transformaciones, congruencias y figuras similares, trabajar las traslaciones con vectores, y aplicarlo todo a la resolución de problemas. La instrucción en la escuela secundaria obligatoria continúa, pero las deducciones son aún informales, con el fin de aplicar los conocimientos en un futuro nivel teórico. Ello sitúa de lleno a los alumnos en el nivel tres de Van Hiele.

### **La Geometría en los programas derivados de la LGE de 1970**

En relación con la Geometría en los programas oficiales derivados de la Ley General de Educación de 1970, vamos a comentar un programa concreto (programas renovados de la EGB, R.D. 69/1981) propuesto por la editorial Barcanova (1982) para la EGB.

Hacemos esta descripción del programa de Geometría manteniendo la estructura de cursos.

La propuesta de la Geometría en primer curso se hace en relación con los tópicos: “conocimiento y orientación en el espacio” y “elementos de la geometría, topología y polígonos”. El primero se refiere, sobre todo, a situaciones que implican problemas de lateralidad, y el segundo, intenta que el alumno adquiera la idea de polígono, lo que lleva consigo que ya haya aprendido a reconocer las líneas abiertas y cerradas.

En segundo curso, el alumno afianzará los contenidos de primero y se trabaja la noción de longitud y se inician las medidas de superficie. Se estudian las figuras planas desde lo general a lo particular.

En tercer curso, se parte de la manipulación, lo que hará posible la conexión con el mundo real.

En cuarto, al alumno, mediante la observación, manipulación,

construcción e investigación, le deben quedar sentadas unas bases para en un futuro construir la parte complicada y abstracta de la materia, es decir, situar al alumno en el nivel dos de van Hiele.

En quinto, se estudia la medida en un bloque distinto del de la geometría; es aquí cuando el alumno no sólo observa las figuras geométricas, sino que se descubren las propiedades que definen la geometría; se observan los elementos geométricos en los prismas y en las pirámides, lo que nos indica que se supone que el alumno continúa trabajando en el nivel dos.

En sexto, el alumno utiliza la regla y la escuadra para dibujar, lo que le llevará al dominio del trazado de paralelas; reconoce la diferencia entre cómo es una figura en el espacio, cómo la ve y cómo la dibuja; se observan pues las aristas de un cubo y de un tetraedro, lo que indica que se está organizando la enseñanza para pasar al nivel tres, con alumnos de edades comprendidas entre 11 y 12 años.

En séptimo, se comienza con la proporcionalidad geométrica y se llega al teorema de Thales y las escalas, lo que supone situar al alumno en un tercer nivel de Van Hiele.

Y ya en octavo curso, se entiende que el alumno está trabajando claramente en el tercer nivel de van Hiele, pues se estudia el teorema de Pitágoras, el del cateto y el de la altura con sus correspondientes fórmulas y aplicaciones.

Esta propuesta de organización de la Editorial parece una apuesta excesiva y no adecuadamente graduada para pasar de un nivel a otro.

Comentamos también, de manera general, la propuesta de los estándares curriculares de 1989 (N.C.T.M., 1989) extraída del trabajo realizado por Teppo (1991) en el que nos confirma que actualmente van Hiele caracteriza su modelo

en términos de tres niveles de pensamiento (más que de cinco) que él mismo denominó: “Visual” (Nivel 1), “Descriptivo” (Nivel 2), y “Teórico” (Nivel 3), (Fuys, Geddes y Tischler, 1988; van Hiele, 1986).

Según Teppo (op. cit.) , en el modelo actual estos niveles son alcanzados mediante el paso de diferentes períodos de aprendizaje. Durante cada período los estudiantes investigan objetos de estudio apropiados, desarrollan el lenguaje específico relacionando a estos objetos y trabajan en actividades de aprendizaje interactivo diseñadas para facilitarles el progreso al próximo nivel superior de pensamiento. Como sabíamos: “La transición desde un nivel al siguiente no es un proceso natural; tiene lugar bajo la influencia de un programa de enseñanza - aprendizaje” (van Hiele 1986, 50). En lo que se refiere a los aspectos instruccionales de la teoría según el modelo de van Hiele, un importante aspecto de la teoría es que los estudiantes en un nivel inferior de pensamiento, como es natural, no pueden comprender la instrucción presentada para un nivel superior de pensamiento. Según van Hiele (1986), “ésta es la causa más importante de bajos resultados en la educación matemática” (pag. 86). Los estudiantes deben pasar a través de un determinado período de aprendizaje, para ser capaces de desarrollar una comprensión apropiada de los conceptos matemáticos expresados en cada nivel. De esta manera los estudiantes desarrollan la habilidad para comprender y usar el pensamiento geométrico y la intuición.

Los *Estándares de Curriculum y Evaluación* enfatizan la importancia del aprendizaje secuencial como fue expresado por los van Hiele en el modelo instruccional (N.C.T.M., 1989, 48). Por ejemplo en los *grados 5-8*: el Estándar 12, “Geometría” para los grados 5-8 (p. 112) exige a los estudiantes: “identificar, describir, comparar, y clasificar figuras geométricas; visualizar y representar figuras geométricas; explorar las transformaciones de las figuras geométricas; representar y resolver problemas usando modelos geométricos;

comprender y aplicar las propiedades de la geometría y sus relaciones”.

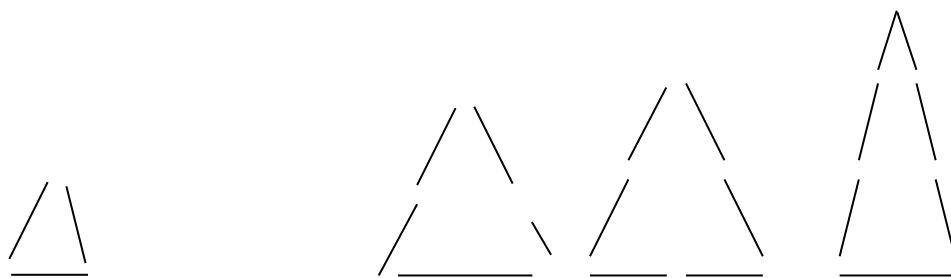
Las actividades de aprendizaje en los grados medios (que equivale en nuestro sistema educativo a la Educación Primaria) continúa el desarrollo del pensamiento geométrico empezado en los grados K-4. Los estudiantes descubren aquí las relaciones geométricas. “Las definiciones tienen sentido, las significativas relaciones entre las figuras son comprendidas, y los estudiantes están preparados para usar estas ideas para desarrollar la demostración informal de los argumentos”. (N.C.T.M. 1989, 112).

Según la teoría de los van Hiele, tal aprendizaje involucra actividades de ambos, el primer y segundo período de aprendizaje. Durante los cuatro cursos (hasta el cuarto grado), los estudiantes profundizan en sus conceptos de los objetos geométricos investigan sus propiedades, y entonces proceden a investigar las relaciones entre éstas.

Tales actividades suministran una preparación esencial para el estudio de Geometría en la escuela secundaria y el uso de más procesos geométricos formalizados. Veamos dos ejemplos extraídos de los estándares de 1989

Ejemplo 1:

---



| Nº de palillos de dientes | 3          | 4  | 5         | 6          | 7         |
|---------------------------|------------|----|-----------|------------|-----------|
| Es posible un triángulo   | Sí         | No | Sí        | Sí         | Sí        |
| Nº de triángulos          | 1          | 0  | 1         | 1          | 2         |
| Clase de triángulos       | Equilátero |    | Isósceles | Equilátero | Isósceles |

“A ustedes se les ha dado un montón de palillos de dientes del mismo tamaño; primero, toma tres palillos, ¿puedes formar un triángulo usando los tres palillos colocando principio y fin en el mismo plano? ¿Puedes formar un triángulo diferente? ¿Qué clases de triángulos son posibles? Ahora toma 4 palillos y repite las cuestiones, entonces repite con 5 palillos y así sucesivamente” (N.C.T.M. 1989, 113).

Ejemplo 2:

“Une los puntos medios de las caras de varios cuadriláteros, ¿cómo es el área de la nueva figura con relación a la del cuadrilátero? ¿Con qué cuadrilátero comenzarías para que la nueva figura fuera un rectángulo? ¿Y un cuadrado?” (N.C.T.M. 1989, 114).

Actividades de esta naturaleza son necesarias cuando los alumnos alcancen el grado 9; sin tal instrucción anterior los estudiantes no estarán en el nivel de pensamiento necesario para comprender los conceptos y las demostraciones formales en Geometría propios de la etapa 9-12.

La teoría de los van Hiele de los niveles de pensamiento geométrico ha

ayudado a focalizar la atención de la importancia de la instrucción geométrica en la Educación Primaria y en los grados medios. El énfasis de esta teoría en la naturaleza secuencial del aprendizaje de la Geometría y la suposición relativa de que un estudiante en el nivel  $n$  no puede comprender la instrucción presentada en el nivel  $n+1$ , pone de manifiesto que los estudiantes deberían comenzar las experiencias del aprendizaje por los niveles 1 y 2 y alcanzar este nivel 2 antes de que sean capaces de tener una actuación exitosa de la Geometría de una escuela superior, básicamente de nivel 3.

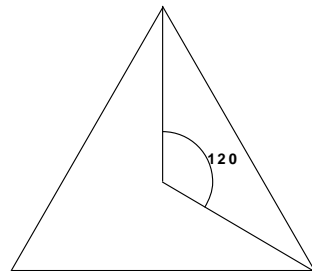
Proponemos, a modo de ejemplo, dos actividades de los niveles 2 y 3 de Van Hiele del contenido Giros, del desarrollo curricular que hemos realizado con profesorado en activo (véase Afonso, Camacho, Socas, 2000).

#### ACTIVIDAD DE NIVEL 2: GIROS COMO ISOMETRÍAS DE FIGURAS PLANAS

Objetivos: Interpretar los giros como algunos de los movimientos del plano que dejan invariantes a los polígonos regulares.

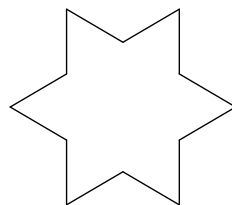
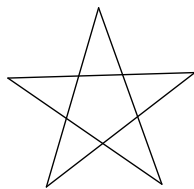
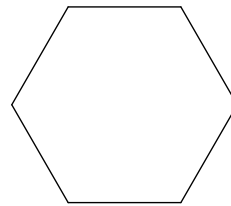
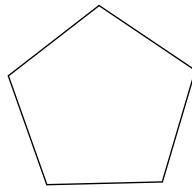
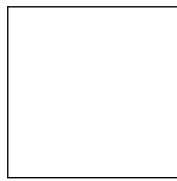
Materiales: Regla, compás, transportador de ángulos, tijeras y cartulina.

Observa el siguiente triángulo equilátero. El giro de centro  $O$  y amplitud  $120^\circ$  transforma el triángulo en el mismo triángulo. Reproduce la situación en cartulina y compruébalo.



Se dice en este caso que “ $G(O,120^\circ)$  es una de las isometrías del triángulo” y también se dice que “el triángulo permanece invariante al transformarlo con el giro  $G(O,120^\circ)$ ”. ¿Existirán más giros que satisfagan esa propiedad?

En los siguientes polígonos encontrar todos los giros que los dejen invariantes.



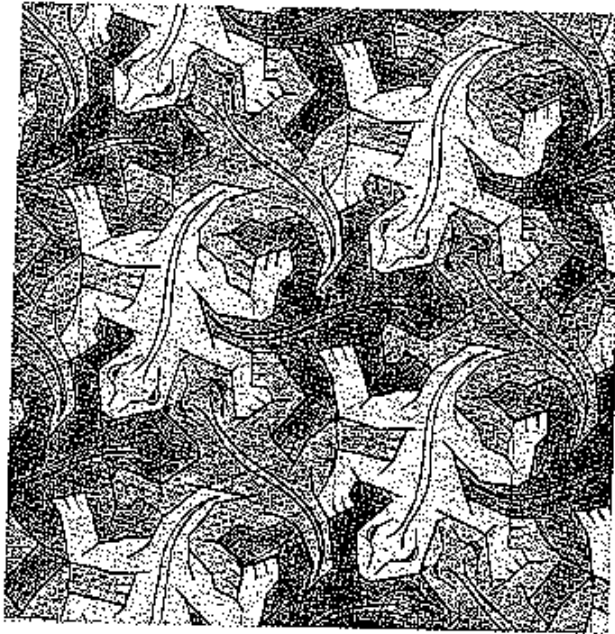
### ACTIVIDAD DE NIVEL 3: GIROS Y TRASLACIONES EN EL CONTEXTO DE LOS MOSAICOS TIPO ESCHER

Objetivo: Contextualizar las isometrías en aspectos artísticos.

Materiales: Malla exagonal, regla y compás.

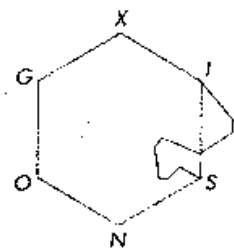
La malla exagonal, está formada como sabes por exágonos regulares y es uno de los tres posibles mosaicos regulares (los otros dos están formados por triángulos equiláteros y por cuadrados, respectivamente).

Vamos a continuación, utilizando giros, a obtener un mosaico más artístico a partir del formado por los exágonos. Obtendremos algo similar a lo siguiente:

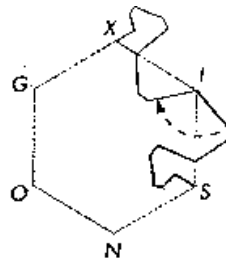


Symmetry drawing E25, M. C. Escher, 1939  
©1996 M. C. Escher / Cordon Art - Baarn - Holland  
All rights reserved.

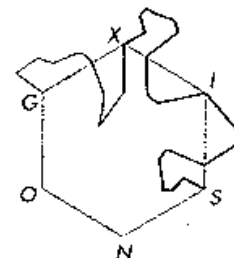
Para ello, debes hacer en cada exágono los siguientes 6 pasos:



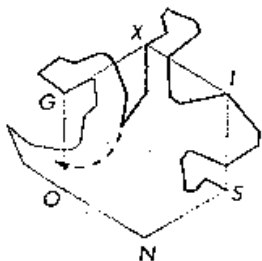
1



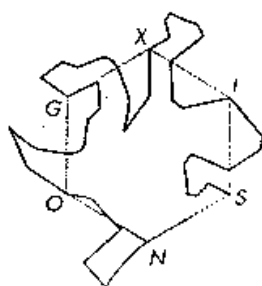
2



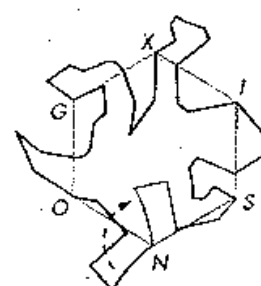
3



4



5



6

1. Une mediante una curva los vértices S e I del exágono.



2. Gira la curva SI tomando como centro de giro el punto I, la curva girada unirá ahora I con X. ¿Cuál es la amplitud del ángulo girado?
3. Construye una nueva curva que una los vértices X con G.
4. Transforma la curva que une X con G, mediante  $G(G, 120^\circ)$
5. Crea la curva NO
6. Gira NO tomando como centro el punto N, haciendo coincidir el transformado de O con el punto S.

Finalmente, dibuja sobre el reptil que tienes, los ojos, patas, etc... para obtener, repitiendo en los demás exágonos, el mosaico señalado.

Concluimos finalmente, que las propuestas actuales en la Comunidad Autónoma de Canarias, en el MEC y en los Estándares optan por una organización curricular de la Geometría siguiendo en general las indicaciones de la teoría de los van Hiele; no ocurre lo mismo en el desarrollo curricular en los libros de texto.

### **Referencias bibliográficas**

- AFONSO, C.; CAMACHO, M. Y SOCAS, M.M. (2000). Dos ejemplos de Unidades de Aprendizaje desarrollada bajo la perspectiva de los van Hiele: Medida de ángulos y giros. En Socas, M.; Camacho, M.; Morales, A. (eds) *Formación del profesorado e investigación en educación matemática II*, 11-51. Universidad de La Laguna. Tenerife.
- BARBA, D. y otros (1982). *Matemáticas de 1º a 8º de E.G.B.* Barcanova. Barcelona.
- BOC 548 DECRETO 46/1993, de 26 de marzo, por el que se establece el currículo de la Educación Primaria.
- BOC 109 DECRETO 310/1993, de 10 de diciembre, por el que se establece el currículo de la Educación Secundaria Obligatoria.
- CLEMENTS, D.H.; BATTISTA, M.T. (1992). Geometry and spatial reasoning. En Grouws, D.A. (Ed.): *Handbook of research on Mathematics Teaching and Learning*. Macmillan Publishing Company, 420-464. New York.

- FUYS, D.; GEDDES, D.; TISCHLER R.(1988) *The van Hiele Model of Thinking in Geometry among Adolescents. Journal for Research in Mathematics Education* Monograph no. 3. Reston, Va
- JAIME,A. (1993). “Aportaciones a la interpretación y aplicación del modelo de Van Hiele: La enseñanza de las isometrías del plano. La evaluación del nivel de razonamiento”. Universidad de Valencia.
- NCTM (1989) *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics*. Reston, Va.: N.C.T.M.
- TEPPO, A. (1991). Van Hiele Levels of Geometric thought revisited. *Mathematics Teacher*, vol. X, 210-221.
- VAN HIELE, P. (1986). *Structure and Insight*. New York: Academic Press.